

Paolo Biscari · Tommaso Ruggeri ·
Giuseppe Saccomandi · Maurizio Vianello

Meccanica Razionale

4a edizione

 Springer

Paolo Biscari
Dipartimento di Fisica
Politecnico di Milano
Milano, Italy

Giuseppe Saccomandi
Dipartimento di Ingegneria
Università degli Studi di Perugia
Perugia, Italy

Tommaso Ruggeri
Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Bologna
Bologna, Italy

Maurizio Vianello
Dipartimento di Matematica
Politecnico di Milano
Milano, Italy

ISSN 2038-5714

UNITEXT

ISSN 2038-5722

La Matematica per il 3+2

ISBN 978-88-470-4017-5

<https://doi.org/10.1007/978-88-470-4018-2>

ISSN 2532-3318 (versione elettronica)

ISSN 2038-5757 (versione elettronica)

ISBN 978-88-470-4018-2 (eBook)

© The Editor(s) (if applicable) and The Author(s), under exclusive license to Springer-Verlag Italia S.r.l., part of Springer Nature 2013, 2014, 2016, 2022

Quest'opera è protetta dalla legge sul diritto d'autore e la sua riproduzione è ammessa solo ed esclusivamente nei limiti stabiliti dalla stessa. Le fotocopie per uso personale possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68. Le riproduzioni per uso non personale e/o oltre il limite del 15% potranno avvenire solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO, Corso di Porta Romana n. 108, Milano 20122, e-mail segreteria@aidro.org e sito web www.aidro.org.

Tutti i diritti, in particolare quelli relativi alla traduzione, alla ristampa, all'utilizzo di illustrazioni e tabelle, alla citazione orale, alla trasmissione radiofonica o televisiva, alla registrazione su microfilm in database, o alla riproduzione in qualsiasi altra forma (stampata o elettronica) rimangono riservati anche nel caso di utilizzo parziale. La violazione delle norme comporta le sanzioni previste dalla legge.

L'utilizzo in questa pubblicazione di denominazioni generiche, nomi commerciali, marchi registrati, ecc. anche se non specificatamente identificati, non implica che tali denominazioni o marchi non siano protetti dalle relative leggi e regolamenti.

Illustrazione di copertina: "Gyroscope Arnaldo Pomodoro" (Courtesy Fondazione Arnaldo Pomodoro)

Questa edizione è pubblicata da Springer-Verlag Italia S.r.l., parte di Springer Nature, con sede legale in Via Decembrio 28, 20137 Milano, Italy.

Indice

1	Cinematica del punto	1
1.1	La terna intrinseca associata alla traiettoria del moto	3
1.2	Componenti intrinseche di velocità e accelerazione	4
1.3	Moto piano in coordinate polari	5
2	Cinematica del corpo rigido	9
2.1	Descrizione del moto rigido	10
2.2	Angoli di Eulero	13
2.2.1	Angoli di Cardano	16
2.2.2	Rotazioni intorno a un asse prefissato	17
2.3	Velocità angolare	18
2.3.1	Formule di Poisson	18
2.4	Caratterizzazione dei moti rigidi	21
2.5	Moti rigidi	22
2.5.1	Moto traslatorio	23
2.5.2	Moto rototraslatorio	24
2.5.3	Moto polare	28
2.6	Velocità angolare e rotazioni	29
2.7	Atto di moto rigido	30
2.8	Teorema di Mozzi	33
2.8.1	Centro di istantanea rotazione	36
2.9	Campo spaziale delle accelerazioni	37
2.10	Velocità angolare e tensore velocità di rotazione	38
3	Cinematica relativa	41
3.1	Derivata di un vettore rispetto a due osservatori	42
3.2	Composizione delle velocità	43
3.3	Composizione delle accelerazioni	44
3.4	Composizione delle velocità angolari	46
3.5	Velocità angolare e angoli di Eulero	48

4	Sistemi vincolati	53
4.1	Esempi di sistemi vincolati	53
4.1.1	Punto su una guida circolare fissa	54
4.1.2	Due aste vincolate in un sistema biella-manovella	55
4.1.3	Asta con estremo vincolato su guida fissa	60
4.1.4	Esempio di vincolo mobile: un punto su guida ruotante	63
4.1.5	Vincoli unilateri e bilateri	66
4.2	Atti di moto e spostamenti rigidi virtuali	68
4.3	Coordinate libere	70
4.4	Sistemi labili, iperstatici e isostatici	72
4.5	Vincoli bilateri olonomi	73
4.6	Vincolo di puro rotolamento e vincolo di contatto	74
4.6.1	Disco che rotola senza strisciare	75
4.7	Vincoli di mobilità e vincoli anolonomi	78
4.7.1	Vincoli anolonomi lineari	84
4.7.2	Spostamenti e atti di moto virtuali con vincoli anolonomi	86
4.8	Gradi di libertà	88
4.9	Spazio delle configurazioni	89
4.10	Base e rulletta	91
4.11	Un quadro generale riassuntivo	94
4.12	Esempi di problemi cinematici	95
5	Geometria delle masse	101
5.1	Centro di massa	102
5.2	Momenti di inerzia	108
5.3	Momenti di inerzia rispetto ad assi paralleli	109
5.4	Momenti di inerzia rispetto ad assi concorrenti	112
5.4.1	Tensore di inerzia	115
5.4.2	Sistemi discreti di punti materiali	116
5.4.3	Assi e momenti principali di inerzia	117
5.4.4	Prodotti di inerzia rispetto ad assi paralleli	118
5.5	Ellissoide di inerzia	119
5.6	Ricerca degli assi principali	122
5.7	Sistemi piani	125
6	Cinematica delle masse	131
6.1	Quantità di moto	131
6.2	Momento delle quantità di moto	132
6.2.1	Momento delle quantità di moto per un atto di moto rotatorio	135
6.2.2	Momento delle quantità di moto in un atto di moto rigido	138
6.2.3	Derivata temporale del momento delle quantità di moto	140
6.3	Energia cinetica	142

6.3.1	Energia cinetica in un atto di moto rigido	143
6.3.2	Energia cinetica di un sistema olonomo	145
6.4	Un esempio di calcolo di quantità meccaniche	146
7	Forze, lavoro, potenza	151
7.1	Lavoro elementare	152
7.2	Lavoro lungo un cammino finito	153
7.2.1	Lavoro e potenza	153
7.2.2	Forze posizionali	154
7.3	Forze conservative	155
7.3.1	Potenziali di forze conservative	156
7.3.2	Energia potenziale	158
7.4	Sistemi di forze	158
7.4.1	Risultante e momento risultante	160
7.4.2	Invariante scalare, asse centrale e retta di applicazione del risultante	161
7.5	Sistemi particolari di forze	163
7.6	Sistemi equivalenti e riduzione di un sistema di forze	166
7.6.1	Momento di trasporto	168
7.6.2	Centro di forze parallele	169
7.7	Lavoro elementare e potenza di un sistema di forze	171
7.7.1	Forze agenti su un corpo rigido	172
7.7.2	Forze agenti su un sistema olonomo	173
7.8	Lavoro e potenza virtuale	175
7.8.1	Forze agenti su un corpo rigido	175
7.8.2	Lavoro virtuale di forze agenti su un sistema olonomo	176
7.9	Sistemi di forze conservative	177
8	Leggi della Meccanica	183
8.1	Principi della Meccanica	184
8.1.1	Riferimenti inerziali	184
8.1.2	Equazione fondamentale della dinamica	184
8.1.3	Principio di azione e reazione	185
8.1.4	Principio di sovrapposizione delle forze	186
8.2	Determinismo meccanico	186
8.3	Forze interne e esterne	188
8.4	Proprietà delle forze interne	189
8.4.1	Risultante e momento delle forze interne	189
8.4.2	Lavoro e potenza delle forze interne in un corpo rigido	190
8.5	Sistemi di riferimento non inerziali	192
8.6	Postulato delle reazioni vincolari	193
8.7	Vincoli ideali	195
8.8	Esempi di vincoli ideali	198
8.8.1	Vincolo di contatto liscio	198
8.8.2	Vincolo di rotolamento senza strisciamento	200

8.8.3	Vincolo di avvvitamento	202
8.8.4	Vincoli per sistemi piani	203
8.9	Vincoli dissipativi	207
8.9.1	Vincolo di contatto scabro: legge dell'attrito statico	207
8.9.2	Vincolo di contatto scabro: legge dell'attrito dinamico	209
8.9.3	Legge dell'attrito volvente	211
8.10	Classificazione delle forze	213
8.11	Il punto di vista di Mach sui fondamenti della Meccanica	214
9	Statica	217
9.1	Equilibrio di un punto materiale	218
9.2	Equilibrio dei sistemi: Equazioni cardinali della statica	223
9.3	Principio dei lavori virtuali	225
9.4	Equilibrio di corpi rigidi	228
9.5	Equilibrio di corpi rigidi vincolati	231
9.5.1	Corpo rigido con punto fisso	231
9.5.2	Corpo rigido con asse fisso	232
9.5.3	Corpo rigido girevole e scorrevole attorno a un asse	233
9.6	Corpo rigido appoggiato su un piano orizzontale liscio	235
9.7	Corpo rigido soggetto a vincoli scabri	240
9.8	Statica dei sistemi olonomi	242
9.8.1	Vincoli bilaterali	242
9.8.2	Vincoli unilateri	243
9.8.3	Teorema di stazionarietà del potenziale	246
9.9	Equilibrio stabile in senso statico	247
9.10	Tecnica dello svincolamento	251
9.10.1	Determinazione delle reazioni vincolari mediante il principio dei lavori virtuali	251
9.10.2	Svincolamento ed equazioni cardinali	252
9.11	Diagrammi di biforcazione	256
9.12	Problemi di statica: alcuni esempi	257
10	Dinamica del punto materiale	265
10.1	Moto su traiettoria prestabilita	267
10.2	Moto armonico	270
10.2.1	Moto armonico forzato: battimenti e risonanza	272
10.2.2	Oscillazioni smorzate	274
10.2.3	Oscillazioni smorzate e forzate	277
10.3	Studio qualitativo del moto	279
10.4	Moto sotto forze centrali	283
10.5	Leggi di Keplero. Legge di gravitazione universale	287
11	Dinamica dei sistemi	291
11.1	Equazioni cardinali della dinamica	291
11.2	Integrali primi del moto	295

11.3	Moto del baricentro	296
11.4	Teorema dell'energia cinetica	299
11.5	Conservazione dell'energia meccanica	303
12	Dinamica del corpo rigido	309
12.1	Corpo rigido libero	310
12.1.1	Equazioni di Eulero	314
12.2	Moti alla Poinsot	315
12.2.1	Rotazioni permanenti	318
12.2.2	Stabilità delle rotazioni permanenti	319
12.2.3	Moti alla Poinsot di un giroscopio	321
12.3	Corpo rigido vincolato	325
12.4	Corpo rigido con un punto fisso	326
12.5	Corpo rigido con un asse fisso	331
12.6	Corpo rigido appoggiato	337
12.7	Moto di un disco su una guida rettilinea	340
12.7.1	Disco soggetto ad attrito volvente	344
13	Meccanica Relativa	347
13.1	Forze apparenti	347
13.2	Risultante delle forze apparenti	350
13.3	Forza centrifuga	351
13.3.1	Sistemi piani di forze centrifughe	352
13.3.2	Sistemi generici di forze centrifughe	354
13.4	Componenti conservative della forza di trascinamento	355
13.5	Meccanica relativa per sistemi piani	358
13.6	Forza peso	360
13.7	Problema dei due corpi	362
13.7.1	Deviazione verso Oriente nella caduta dei gravi	364
13.8	Problemi di meccanica relativa	367
14	Meccanica lagrangiana	375
14.1	Principio di d'Alembert	376
14.1.1	Riduzione delle forze d'inerzia in un atto di moto rigido	377
14.2	Equazione simbolica della dinamica	378
14.3	Equazioni di Lagrange	380
14.3.1	Determinismo lagrangiano	384
14.3.2	Lagrangiana	385
14.4	Integrali primi lagrangiani	389
14.4.1	Integrale dei momenti cinetici	389
14.4.2	Hamiltoniana	391
14.5	Spazio degli stati e delle orbite	398
14.6	Stabilità dell'equilibrio	402
14.6.1	Teorema di stabilità di Dirichlet-Lagrange	402
14.6.2	Criteri di instabilità	405

14.7	Stabilità di sistemi con un grado di libertà	407
14.7.1	Piccole oscillazioni di due pendoli accoppiati	412
14.8	Modi normali di sistemi con più gradi di libertà	414
14.8.1	Linearizzazione delle equazioni di moto	414
14.8.2	Analisi del moto linearizzato	416
14.9	Funzione di dissipazione	423
14.10	Vincoli anolonomi lineari	425
15	Statica dei continui monodimensionali	429
15.1	Azioni interne	430
15.1.1	Forze distribuite e azioni sugli estremi	433
15.2	Equilibrio dei corpi monodimensionali	434
15.3	Equazioni indefinite di equilibrio	435
15.3.1	Forze concentrate	437
15.4	Azioni interne nel caso piano	438
15.5	Relazioni costitutive	440
15.6	Sforzi nei sistemi isostatici piani	441
15.7	Fili	445
15.8	Equilibrio di un filo omogeneo pesante	448
15.8.1	Archi resistenti a sole pressioni	451
15.9	Filo teso su una superficie	452
15.10	Ponti sospesi	454
15.11	Fili elastici e equazione della corda vibrante	455
15.11.1	La corda vibrante	456
15.12	Aste flessibili: il modello di Eulero	460
15.12.1	Asta pesante incastrata	461
15.13	Asta di peso trascurabile incastrata e soggetta a carico di punta	464
15.13.1	Carichi critici	466
15.13.2	Modello linearizzato	470
A	Richiami di analisi e calcolo vettoriale	473
A.1	Punti, vettori	473
A.2	Curve	478
A.3	Trasformazioni lineari, matrici	483
A.4	Diagonalizzazione simultanea di matrici simmetriche	489
A.5	Richiami di equazioni differenziali ordinarie	491
A.5.1	Equazioni differenziali a variabili separabili	492
A.5.2	Equazioni differenziali lineari	494
A.6	Forme differenziali	496
	Nota bibliografica	499
	Riferimenti bibliografici	501
	Indice analitico	503