

## Indice

---

### Premessa 1

### Notazione e simbologia 7

- 0.1 Notazione matriciale 7
- 0.2 Notazione tensoriale 8
- 0.3 Operazioni tensoriali in notazione matriciale 11

### Capitolo 1 Il problema strutturale 13

- 1.1 Aspetti generali 13
  - 1.1.1 Introduzione 13
  - 1.1.2 Un esempio di calcolo 14
    - 1.1.2.1 Risposta di una struttura sotto un carico assegnato 14
    - 1.1.2.2 Calcolo della capacità portante 16
  - 1.1.3 Osservazioni e commenti 21
- 1.2 Misure di deformazione e di sforzo 23
  - 1.2.1 Il comportamento uniassiale 23
  - 1.2.2 Scorrimenti angolari e sforzi tangenziali 31
  - 1.2.3 Cambiamento del sistema di riferimento 34
- 1.3 Problemi staticamente determinati 40
  - 1.3.1 Soluzioni in termini di solo equilibrio 40
  - 1.3.2 Contenitore in pressione 41
  - 1.3.3 La statica della trave 44
    - 1.3.3.1 Azioni interne 44
    - 1.3.3.2 Vincoli e reazioni vincolari 44
    - 1.3.3.3 Sistemi articolati 58
    - 1.3.3.4 Travature reticolari 59
- 1.4 Influenza degli spostamenti sull'equilibrio 62
- 1.5 Inquadramento della materia 68
  - Esercizi 71
  - Bibliografia 74

### Capitolo 2 Statica e cinematica dei mezzi continui 75

- 2.1 Lo stato di sforzo 75
  - 2.1.1 Il continuo di Cauchy 75

- 2.1.2 Definizione dello sforzo di Cauchy 76
  - 2.1.3 Sforzi e direzioni principali - invarianti 81
  - 2.1.4 Componenti idrostatica e deviatorica degli sforzi 82
  - 2.1.5 Stati di sforzo piani 85
    - 2.1.5.1 Definizione 85
    - 2.1.5.2 Sforzi normali e tangenziali 86
    - 2.1.5.3 Diagramma di Mohr 87
  - 2.1.6 Stati di sforzo spaziali 90
    - 2.1.6.1 Sforzi normali e tangenziali 90
    - 2.1.6.2 Diagrammi di Mohr 91
  - 2.1.7 Le condizioni di equilibrio 93
    - 2.1.7.1 Posizione del problema 93
    - 2.1.7.2 Le equazioni indefinite di equilibrio 93
    - 2.1.7.3 Le condizioni di equilibrio al contorno 95
    - 2.1.7.4 Considerazioni conclusive 96
  - 2.2 Il continuo deformabile 96
    - 2.2.1 Congruenza 96
    - 2.2.2 Cinematica di un atto di moto 97
    - 2.2.3 Il principio delle potenze (velocità) virtuali 100
      - 2.2.3.1 Enunciazione e dimostrazione 100
      - 2.2.3.2 Il principio delle potenze virtuali come condizione sufficiente di equilibrio 102
  - 2.3 Deformazioni finite 103
    - 2.3.1 Considerazioni introduttive 103
    - 2.3.2 Il tensore di deformazione di Green-Lagrange 105
      - 2.3.2.1 Definizione e significato 105
      - 2.3.2.2 Definizione delle quantità statiche associate 108
      - 2.3.2.3 Condizioni di equilibrio 110
    - 2.3.3 Formulazione del problema strutturale 111
    - 2.3.4 L'ipotesi di piccoli spostamenti 112
  - 2.4 Il tensore delle piccole deformazioni 113
    - 2.4.1 Definizione e significato fisico 113
    - 2.4.2 Cambiamento del sistema di riferimento 117
    - 2.4.3 Deformazioni principali e invarianti 119
    - 2.4.4 Variazione di volume e variazione di forma 120
    - 2.4.5 Le condizioni di congruenza interna 121
- Esercizi 125  
Bibliografia 127

### Capitolo 3 Il legame costitutivo 129

- 3.1 Modelli costitutivi ed evidenza sperimentale 129
  - 3.1.1 Considerazioni introduttive 129
  - 3.1.2 Comportamenti fondamentali 130
  - 3.1.3 Rottura del materiale 135
  - 3.1.4 Simmetrie nel comportamento 136
- 3.2 Il legame elastico 137
  - 3.2.1 Aspetti energetici 137
    - 3.2.1.1 Energia di deformazione 137

- 3.2.1.2 Energia complementare 139
  - 3.2.1.3 Esistenza e unicità della risposta elastica 140
  - 3.2.1.4 Deformazioni elastiche ed effetti anelastici 142
  - 3.2.2 Il legame elastico-lineare isotropo 144
    - 3.2.2.1 Conseguenze dell'isotropia 144
    - 3.2.2.2 Definizione ingegneristica delle costanti elastiche 145
    - 3.2.2.3 Deformazioni termiche 148
  - 3.2.3 Principali legami anisotropi 149
  - 3.3 Il limite elastico 151
    - 3.3.1 Considerazioni generali 151
    - 3.3.2 Criteri di resistenza per materiali fragili 139
    - 3.3.3 Criteri di snervamento per metalli 156
    - 3.3.4 Considerazioni e commenti 160
    - 3.3.5 Rappresentazione nel piano di Mohr 163
  - 3.4 Il legame elasto-plastico incrementale 164
    - 3.4.1 Formulazione del legame uniassiale 164
      - 3.4.1.1 Caratteristiche del comportamento 164
      - 3.4.1.2 Descrizione analitica del comportamento uniassiale 168
    - 3.4.2 Il legame associato 173
      - 3.4.2.1 Formulazione 173
      - 3.4.2.2 Esistenza e unicità della risposta incrementale 179
      - 3.4.2.3 Il postulato di Drucker 182
      - 3.4.2.4 Dipendenza dalla temperatura 185
  - 3.5 Cenni sui comportamenti dipendenti dal tempo 186
    - 3.5.1 Modelli reologici 186
    - 3.5.2 Il legame viscoelastico lineare 197
      - 3.5.2.1 La formulazione differenziale 197
      - 3.5.2.2 La formulazione integrale 200
      - 3.5.2.3 Considerazioni conclusive 201
- Esercizi 203  
Bibliografia 205

### Capitolo 4 Il problema elastico 207

- 4.1 Formulazione e proprietà 207
  - 4.1.1 Posizione del problema 207
  - 4.1.2 Unicità di soluzione 208
  - 4.1.3 Formulazioni agli spostamenti e agli sforzi 209
  - 4.1.4 Risoluzione del problema elastico 212
- 4.2 Problemi piani 215
  - 4.2.1 Posizione del problema 215
  - 4.2.2 Problema piano nelle deformazioni 218
  - 4.2.3 Problema piano negli sforzi 220
  - 4.2.4 Formulazione in termini di funzione di sforzo 222
  - 4.2.5 Il problema piano in coordinate polari 227
- 4.3 Soluzioni di problemi particolari 228
  - 4.3.1 La lastra rettangolare caricata nel suo piano 228
  - 4.3.2 Cilindro assialsimmetrico in deformazione piana 238
  - 4.3.3 Il problema di Boussinesq nel piano 252
- 4.4 L'aspetto energetico dei fenomeni elastici 259

- 4.4.1 Energia potenziale e complementare totali 259
  - 4.4.1.1 Definizioni 259
  - 4.4.1.2 Stazionarietà dell'Energia Potenziale Totale 260
  - 4.4.1.3 Stazionarietà dell'Energia Complementare Totale 261
  - 4.4.1.4 Proprietà estremali 262
- 4.4.2 Mezzi lineari in assenza di effetti anelastici 264
  - 4.4.2.1 Il lavoro di deformazione 264
  - 4.4.2.2 I teoremi di Castigliano 266
- 4.4.3 Principi variazionali misti 269
- Esercizi 272
- Bibliografia 275

### Capitolo 5 Il problema di De Saint Venant 277

- 5.1 Formulazione e approccio risolutivo 277
  - 5.1.1 Il problema 277
  - 5.1.2 Approccio agli sforzi 279
  - 5.1.3 Approccio agli spostamenti 285
- 5.2 I casi fondamentali 285
  - 5.2.1 Azioni assiale e flettente 285
    - 5.2.1.1 Soluzione del caso generale 285
    - 5.2.1.2 Azione assiale 286
    - 5.2.1.3 Flessione retta 287
    - 5.2.1.4 Flessione deviata 291
    - 5.2.1.5 Tenso(presso)-flessione 294
    - 5.2.1.6 Lavoro di deformazione 296
  - 5.2.2 Momento torcente 298
    - 5.2.2.1 Formulazione del problema 298
    - 5.2.2.2 Approccio agli spostamenti 299
    - 5.2.2.3 Approccio agli sforzi 302
    - 5.2.2.4 Un esempio di soluzione: la sezione ellittica 304
    - 5.2.2.5 Il centro di torsione 308
    - 5.2.2.6 Lavoro di deformazione 309
    - 5.2.2.7 Analogie con altri fenomeni fisici 310
    - 5.2.2.8 Soluzioni approssimate del problema della torsione 312
      - 5.2.2.8.1 Profili aperti in parete sottile 312
      - 5.2.2.8.2 Profili chiusi in parete sottile 324
  - 5.2.3 Flessione con taglio costante 328
    - 5.2.3.1 Formulazione del problema 328
    - 5.2.3.2 Il centro di taglio 329
    - 5.2.3.3 La trattazione approssimata di Jourawsky 331
      - 5.2.3.3.1 Tensione tangenziale media su una corda 331
      - 5.2.3.3.2 Sezioni compatte simmetriche e simmetricamente sollecitate 336
      - 5.2.3.3.3 Profili aperti in parete sottile 339
      - 5.2.3.3.4 Profili chiusi in parete sottile 344
    - 5.2.3.4 Lavoro di deformazione di un tronco infinitesimo 346
- 5.3 Applicazioni del problema di De Saint Venant 350
  - 5.3.1 Il principio di equivalenza elastica e sue limitazioni 350

- 5.3.2 La verifica della resistenza elastica 351
- 5.3.3 Valutazione del regime deformativo 356
- Esercizi 359
- Bibliografia 363

### Capitolo 6 Il problema elasto-plastico 365

- 6.1 Il problema incrementale 365
  - 6.1.1 Formulazione 365
  - 6.1.2 Unicità della soluzione 366
  - 6.1.3 Proprietà estremali 368
    - 6.1.3.1 I teoremi di Greenberg e Prager-Hodge 368
    - 6.1.3.2 Formulazioni estremali a due campi 373
    - 6.1.3.3 L'approccio alla Colonnetti 377
- 6.2 Soluzioni del problema elasto-plastico 381
  - 6.2.1 Considerazioni introduttive 381
  - 6.2.2 Soluzioni di problemi particolari 385
    - 6.2.2.1 Cilindro in deformazione piana soggetto a pressione interna 385
    - 6.2.2.2 La torsione elasto-plastica 394
      - 6.2.2.2.1 Formulazione 394
      - 6.2.2.2.2 La sezione circolare 396
      - 6.2.2.2.3 Momento torcente limite per plasticità ideale 402
  - 6.2.3 Tensioni residue allo scarico 405
- 6.3 Legami in termini finiti 408
  - 6.3.1 Percorsi olonomi 408
  - 6.3.2 Condizione di Huber-Henky-Mises e legge di Prandtl-Reuss 410
  - 6.3.3 Il legame olonomo 414
  - Esercizi 418
  - Bibliografia 419

### Appendice A Soluzione degli esercizi proposti 421

### Indice analitico 437