



ISBN 88-371-0560-6

© Copyright 1992 Pitagora Editrice s.r.l., Via del Legatore 3, Bologna  
Tutti i diritti riservati. Riproduzione anche parziale, vietata.  
Composizione e stampa: Tecnoprint, Via del Legatore 3, Bologna  
Codice: 26/187

## Indice

Prefazione .....	IX
<b>11. IL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI .....</b>	<b>1</b>
11.1. Sistema ad un grado di libertà .....	1
11.2. Principio di minimo dell'energia potenziale totale .....	3
11.3. Metodo di Ritz-Galerkin .....	6
11.4. Principio dei Lavori Virtuali .....	9
11.5. Condizioni al contorno di tipo cinematico .....	15
11.6. Dinamica dei solidi elastici .....	15
<b>12. LA SIMMETRIA STRUTTURALE .....</b>	<b>21</b>
12.1. Premesse .....	21
12.2. Sistemi di travi con simmetria assiale .....	21
12.3. Sistemi di travi con antisimmetria assiale .....	26
12.4. Sistemi di travi con simmetria polare .....	30
12.5. Sistemi di travi con antisimmetria polare .....	32
12.6. Lastre di rivoluzione caricate non simmetricamente .....	35
12.7. Lastre di rivoluzione caricate simmetricamente .....	37
12.8. Membrane e volte sottili .....	39
12.9. Lastre circolari .....	44
12.10. Lastre cilindriche .....	51
12.11. Contenitori in pressione cilindrici e con fondi .....	54
12.12. Solidi tridimensionali di rivoluzione .....	58
<b>13. LE STRUTTURE IPERSTATICHE: METODO DELLE FORZE .....</b>	<b>61</b>
13.1. Premesse .....	61
13.2. Iperstaticità assiale .....	61
13.3. Schemi iperstatici elementari .....	64
13.4. Cedimenti vincolari elastici .....	76
13.5. Cedimenti vincolari anelastici .....	81
13.6. Distorsioni termiche .....	88
13.7. Travi continue .....	96

<b>14. LE STRUTTURE IPERSTATICHE: METODO DEGLI SPOSTAMENTI</b> .....	101
14.1. Premesse .....	101
14.2. Sistemi di bielle in parallelo .....	101
14.3. Sistemi di travi in parallelo .....	106
14.4. Calcolo automatico dei sistemi di travi a molti gradi di iperstaticità .....	110
14.5. Travature reticolari piane .....	117
14.6. Telai piani .....	119
14.7. Grigliati piani .....	121
14.8. Telai spaziali .....	123
14.9. Dinamica dei sistemi di travi .....	125
<b>15. I TELAI PIANI</b> .....	131
15.1. Premesse .....	131
15.2. Telai a nodi fissi .....	134
15.3. Telai a nodi spostabili .....	148
15.4. Carichi termici e spostamenti imposti .....	156
15.5. Telai a maglie non ortogonali .....	160
15.6. Telai caricati fuori dal proprio piano .....	165
<b>16. IL PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI</b> .....	169
16.1. Premesse .....	169
16.2. Determinazione degli spostamenti elastici nelle strutture isostatiche .....	171
16.3. Risoluzione delle strutture una volta iperstatiche .....	178
16.4. Risoluzione delle strutture due o più volte iperstatiche .....	184
16.5. Distorsioni termiche e cedimenti vincolari .....	190
16.6. Strutture reticolari iperstatiche .....	193
16.7. Archi e anelli .....	201
16.8. Teorema di Castigliano .....	215
16.9. Teorema di Menabrea .....	218
<b>17. LA INSTABILITA' DELL'EQUILIBRIO ELASTICO</b> .....	219
17.1. Premesse .....	219
17.2. Sistemi meccanici discreti ad un grado di libertà .....	220
17.3. Sistemi meccanici discreti ad $n$ gradi di libertà .....	223
17.4. Travi rettilinee ad elasticità diffusa .....	230
17.5. Sistemi di travi .....	239
17.6. Travi ad asse curvilineo: archi e anelli .....	244
17.7. Instabilità flessio-torsionale .....	249
17.8. Lastre soggette a compressione .....	250
17.9. Archi ribassati .....	256

<b>18. LA TEORIA DELLA PLASTICITA'</b> .....	263
18.1. Premesse .....	263
18.2. Flessione elasto-plastica .....	266
18.3. Analisi incrementale plastica dei sistemi di travi .....	273
18.4. Legge di normalità della deformazione incrementale plastica .....	286
18.5. Teoremi dell'analisi limite plastica .....	289
18.6. Sistemi di travi caricate proporzionalmente da forze concentrate .....	292
18.7. Sistemi di travi caricate proporzionalmente da forze distribuite .....	297
18.8. Sistemi di travi caricate non proporzionalmente .....	305
18.9. Carichi ciclici e adattamento plastico (shake-down) .....	309
18.10. Lastre piane inflesse .....	315
<b>19. GLI STATI TENSIONALI E DEFORMATIVI PIANI</b> .....	319
19.1. Premesse .....	319
19.2. Stato tensionale piano .....	319
19.3. Stato deformativo piano .....	322
19.4. Trave-parete .....	323
19.5. Tubo cilindrico di grosso spessore .....	328
19.6. Foro circolare in una lastra tesa .....	332
19.7. Forza concentrata agente su di un semipiano elastico .....	335
19.8. Funzioni analitiche .....	338
19.9. Metodo di Kolossoff-Muskhelishvili .....	341
19.10. Foro ellittico in una lastra tesa .....	346
<b>20. LA MECCANICA DELLA FRATTURA</b> .....	353
20.1. Premesse .....	353
20.2. Criterio energetico di Griffith .....	356
20.3. Metodo di Westergaard .....	359
20.4. Modo II e modi misti .....	368
20.5. Metodo di Williams .....	372
20.6. Relazione tra energia di frattura $\mathcal{G}_{IC}$ e valore critico $K_{IC}$ del fattore di intensificazione degli sforzi .....	377
20.7. Criterio di diramazione della fessura in condizioni di modo misto .....	385
20.8. Zona plastica all'estremità della fessura .....	388
20.9. Effetti dimensionali e transizione duttile-fragile .....	392
20.10. Modello della fessura coesiva e fenomeno dello snap-back .....	398
<b>APPENDICI</b>	
<b>H. Funzioni di forma</b> .....	409
H.1. Elementi finiti rettangolari: famiglia delle funzioni di Lagrange .....	409
H.2. Elementi finiti rettangolari: famiglia delle funzioni «Serendipity» .....	409

H.3. Elementi finiti triangolari .....	412
H.4. Elementi finiti tridimensionali .....	414
I. Applicazione del metodo degli elementi finiti ai problemi di diffusione .....	417
Riferimenti bibliografici .....	421

## Prefazione

Nel presente Volume 2 è raccolta la seconda parte degli argomenti delle lezioni di «Scienza delle Costruzioni» da me tenute agli Allievi Ingegneri del Politecnico di Torino a partire dall'Anno Accademico 1986-1987.

Riprendendo gli argomenti e la formulazione del Volume 1, viene illustrato il Metodo degli Elementi Finiti come metodo di discretizzazione e di interpolazione per la soluzione approssimata dei problemi elastici. Esso viene introdotto nel Capitolo 11 in maniera del tutto generale, senza specificare l'elemento strutturale a cui viene applicato, sia esso mono-, bi- o tridimensionale, e, nei primi due casi, con o senza una curvatura intrinseca. Vengono peraltro messe in luce le due dimensioni che lo caratterizzano: la dimensione del vettore spostamento e la dimensione comune ai due vettori delle caratteristiche statiche e deformative. Applicando il Principio di Minimo dell'Energia Potenziale Totale ed il metodo di approssimazione numerica di Ritz-Galerkin, si dà del metodo la definizione analitica e variazionale. Applicando inoltre il Principio dei Lavori Virtuali, si dà del metodo anche la definizione alternativa più nota nel campo ingegneristico: quella meccanica e matriciale. Tramite la definizione delle funzioni di forma, si perviene alla nozione di matrice di rigidezza locale del singolo elemento. Tale matrice viene perciò espansa ed assemblata, cioè sommata, con tutte le altre analoghe matrici per fornire, infine, la matrice di rigidezza globale. Si chiude il capitolo con un cenno sulla dinamica dei solidi elastici.

Nel Capitolo 12 viene trattata la simmetria strutturale, sottolineando come essa, sia per i sistemi di travi che per i solidi elastici di ogni tipo, possa implicare una riduzione del grado effettivo di iperstaticità. In particolare vengono considerati i sistemi di travi con simmetria o antisimmetria, assiale o polare, le lastre di rivoluzione, le membrane e le volte sottili di rivoluzione, le lastre circolari, le lastre cilindriche, i contenitori in pressione cilindrici con fondi, nonché i solidi tridimensionali di rivoluzione.

Nel Capitolo 13 si affronta il problema dei sistemi iperstatici di travi, proponendone la risoluzione tramite il metodo delle forze (o della congruenza). Tale metodo risulta conveniente soltanto nel caso di sistemi con un basso grado di iperstaticità. Partendo dal concetto di iperstaticità assiale, si passa quindi a considerare alcuni schemi elementari. Si considerano inoltre i cedimenti vincolari, elastici ed anelastici (questi ultimi detti anche spostamenti imposti), nonché le distorsioni termiche. Chiudono il capitolo alcuni esempi sulle travi continue.