

CAP. XXXII. - La stabilità dell'equilibrio elastico.

809. Generalità pag. 1

A) CONSIDERAZIONI GENERALI.

I METODI PER LO STUDIO DELL'INSTABILITÀ.

810. Equilibrio stabile, instabile, indifferente »	3
811. Il teorema di Kirckhoff e i fenomeni d'instabilità »	6
812. Il criterio statico e il criterio energetico »	8
<i>Esercizi 1894-1899</i> »	11
813. L'equilibrio può ridiventare stabile »	13
<i>Esercizi 1900-1902</i> »	15
814. Instabilità progressiva e instabilità improvvisa »	16
815. Il carico critico di Eulero non dipende dalle imperfezioni . . . »	19
<i>Esercizi 1903-1907</i> »	20
816. Come si applica il criterio statico »	22
<i>Esercizi 1908-1915</i> »	24
817. Come si applica il criterio energetico »	28
<i>Esercizi 1916-1926</i> »	34
818. Il procedimento dei coefficienti indeterminati »	38
<i>Esercizi 1927-1932</i> »	42
819. Ulteriori espressioni di P_{cr} »	45
820. Riassunto delle varie espressioni di P_{cr} »	47
<i>Esercizi 1933-1937</i> »	48
821. Determinazione della deformata per successive approssimazioni »	50
<i>Esercizi 1938-1939</i> »	52
822. Procedimenti numerici »	53
<i>Esercizi 1940-1944</i> »	55
823. Il metodo grafico di Vianello »	60
<i>Esercizi 1945-1946</i> »	61
824. Valutazione del carico critico oltre il limite elastico . . . »	62
<i>Esercizio 1947</i> »	63
825. I criteri di sicurezza contro l'instabilità »	64
<i>Esercizio 1948</i> »	65

826. Una proprietà caratteristica del carico critico	pag. 66
<i>Esercizi 1949-1955</i>	» 72
827. La previsione sperimentale del carico critico	» 74
<i>Esercizi 1956-1959</i>	» 76

B) LE TRAVI SOGGETTE A COMPRESSIONE.

828. Il carico di punta nelle travi prismatiche	» 78
<i>Esercizi 1960-1962</i>	» 79
829. Le grandi deformazioni nel carico di punta	» 80
<i>Esercizi 1963-1965</i>	» 84
830. Le travi con vincoli elastici	» 85
<i>Esercizi 1966-1978</i>	» 87
831. Le travi continue	» 92
<i>Esercizi 1979-1984</i>	» 93
832. Le travi immerse in un mezzo elastico	» 97
<i>Esercizi 1985-1990</i>	» 101
833. Le travi di sezione variabile	» 103
<i>Esercizi 1991-2012</i>	» 108
834. Le travi soggette a più carichi assiali	» 114
<i>Esercizi 2013-2020</i>	» 117
835. Le travi verticali soggette al peso proprio	» 119
<i>Esercizi 2021-2038</i>	» 122
836. Le travi soggette a carichi assiali ripartiti	» 127
<i>Esercizi 2039-2042</i>	» 131
837. La stabilità del corrente superiore compresso dei ponti a travata	» 133
<i>Esercizi 2043-2044</i>	» 135
838. Il carico di punta nelle travi traliccio	» 136
<i>Esercizi 2045-2053</i>	» 139
839. Instabilità delle strutture reticolari	» 142
<i>Esercizi 2054-2055</i>	» 145
840. Instabilità delle strutture a telaio	» 146
<i>Esercizi 2056-2070</i>	» 148
841. Le molle elicoidali caricate di punta	» 152
<i>Esercizi 2071-2074</i>	» 154
842. Le barre soggette a torsione e sforzo normale	» 156
<i>Esercizi 2075-2078</i>	» 156
843. Le formule di Southwell e di Dunkerley	» 157
<i>Esercizi 2079-2081</i>	» 157

C) LA STABILITÀ DELLE TRAVI CURVE.

844. Anelli e tubi circolari compressi uniformemente dall'esterno	» 158
<i>Esercizi 2082-2086</i>	» 161
845. Archi circolari soggetti a pressione radiale uniforme	» 162
<i>Esercizi 2087-2090</i>	» 164
846. Archi caricati verticalmente	» 165
<i>Esercizi 2091-2095</i>	» 167

847. Instabilità trasversale degli archi	pag. 168
<i>Esercizi 2096-2098</i>	» 169

D) LA STABILITÀ DELLA FLESSIONE PIANA.

848. Instabilità trasversale delle travi inflesse	» 170
849. L'equazione generale	» 171
850. Sezione rettangolare. Agiscono due coppie uguali alle estremità	» 173
<i>Esercizi 2099-2100</i>	» 175
851. Sezione rettangolare. Trave a mensola	» 176
<i>Esercizi 2101-2109</i>	» 179
852. Sezione rettangolare. Trave appoggiata alle estremità	» 181
<i>Esercizi 2110-2115</i>	» 182
853. Le travi di sezione a doppio T	» 183
<i>Esercizi 2116-2120</i>	» 186
854. Le travi sostenute da puntelli supplementari oscillanti	» 187
<i>Esercizi 2121-2127</i>	» 191

E) LA STABILITÀ DELLE LASTRE PIANE.

855. L'equazione generale	» 193
856. Lastra rettangolare appoggiata lungo i quattro lati e compressa nella direzione di due di essi	» 194
<i>Esercizi 2128-2136</i>	» 197
857. Lastra rettangolare appoggiata lungo i quattro lati e compressa in entrambe le direzioni	» 200
<i>Esercizi 2137-2140</i>	» 200
858. Lastra rettangolare vincolata in diversi modi e compressa in una sola direzione	» 202
<i>Esercizi 2141-2146</i>	» 204
859. Altri casi di sollecitazione	» 205
<i>Esercizi 2147-2149</i>	» 205
860. Lastre circolari	» 206
<i>Esercizi 2150-2152</i>	» 207
861. Una singolare instabilità delle lastre sottili appoggiate al contorno	» 208
<i>Esercizio 2153</i>	» 209
862. Problemi più complessi	» 209

F) LA STABILITÀ DELLE LASTRE CURVE.

863. Considerazioni sulla stabilità delle lastre curve	» 209
864. I tubi cilindrici sottili compressi assialmente	» 210
<i>Esercizio 2154</i>	» 213
865. I tubi cilindrici compressi radialmente dall'esterno	» 213
<i>Esercizi 2155-2157</i>	» 214
866. I tubi cilindrici soggetti a torsione	» 215
<i>Esercizio 2158</i>	» 216

867. La lastra sferica sottile compressa uniformemente dall'esterno pag. 216
Esercizio 2159 » 217

G) UNA CLASSE SPECIALE DI FENOMENI D'INSTABILITÀ ELASTICA.

868. Considerazioni generali » 217
Esercizi 2160-2161 » 218
 869. Strutture costituite da due puntoni poco inclinati » 220
Esercizi 2162-2165 » 223
 870. Archi molto ribassati » 224
Esercizi 2166-2167 » 228
 871. Instabilità per ovalizzazione dei tubi inflessi » 228
Esercizi 2168-2170 » 235
 872. La stabilità delle volte Zeiss-Dywidag » 236
Esercizi 2171-2172 » 238
 873. La stabilità delle coperture a due falde » 239
Esercizi 2173-2174 » 240
 874. Le verifiche sperimentali dei risultati teorici » 240
 875. Bibliografia » 241

CAP. XXXIII. - Le vibrazioni.

876. Generalità pag. 244

A) I SISTEMI A UN GRADO DI LIBERTÀ.

877. Gradi di libertà » 246
 878. Vibrazioni armoniche libere o naturali » 247
Esercizi 2175-2195 » 252
 879. I vari modi di rappresentare le grandezze sinusoidali o armoniche » 257
Esercizi 2196-2200 » 260
 880. Vibrazioni di torsione » 262
Esercizi 2201-2208 » 263
 881. Vibrazioni armoniche libere con smorzamento » 266
Esercizi 2209-2211 » 269
 882. Lavoro compiuto da una forza e da un moto sinusoidali » 270
 883. Vibrazioni armoniche forzate senza smorzamento. Primo caso » 271
Esercizi 2212-2219 » 276
 884. Vibrazioni armoniche forzate senza smorzamento. Secondo caso » 279
Esercizio 2220 » 280
 885. Vibrazioni armoniche forzate senza smorzamento. Terzo caso » 280
Esercizi 2221-2226 » 282
 886. Applicazioni tecniche varie » 284
Esercizi 2227-2233 » 286
 887. Vibrazioni armoniche forzate con smorzamento » 288
Esercizi 2234-2244 » 292

888. Sostituzione di masse ripartite con masse concentrate . . . pag. 295
Esercizi 2245-2265 » 299
 889. Cenno sulle vibrazioni autoeccitate » 305
 890. Cenno sulle vibrazioni non armoniche » 309

B) I SISTEMI A PIÙ GRADI DI LIBERTÀ.

891. I sistemi a più gradi di libertà » 311
 892. Primo metodo esatto » 313
 893. Secondo metodo esatto » 316
Esercizi 2266-2276 » 319
 894. Metodo approssimato » 325
Esercizi 2277-2280 » 326
 895. Vibrazioni delle strutture reticolari e dei telai » 327
Esercizi 2281-2286 » 328
 896. Soluzione generale del problema » 330
Esercizi 2287-2288 » 333

C) I SISTEMI CONTINUI.

897. I sistemi elastici continui » 334
 898. Vibrazioni delle corde. Soluzione particolare » 335
Esercizi 2289-2296 » 340
 899. Vibrazioni delle corde. Soluzione generale » 342
Esercizi 2297-2300 » 346
 900. Vibrazioni longitudinali delle barre » 348
Esercizi 2301-2308 » 351
 901. Vibrazioni torsionali degli alberi cilindrici » 354
Esercizi 2309-2310 » 355
 902. Vibrazioni trasversali (o flessionali) delle travi prismatiche » 356
Esercizi 2311-2328 » 361
 903. Travi di sezione variabile. Metodo energetico » 368
Esercizi 2329-2347 » 372
 904. Metodo di successive approssimazioni » 378
Esercizio 2348 » 379
 905. Masse ripartite e concentrate. Formula di Dunkerley » 380
Esercizi 2349-2355 » 382
 906. Influenza dello sforzo assiale sulla frequenza della vibrazione » 383
Esercizi 2356-2365 » 388
 907. Vibrazioni forzate delle travi » 391
Esercizi 2366-2373 » 394
 908. Trave percorsa da un carico costante » 399
Esercizi 2374-2378 » 401
 909. Trave percorsa da un carico alternativo » 403
Esercizio 2379 » 404
 910. Cenno sulle vibrazioni delle travi ad anello » 405
Esercizi 2380-2382 » 405

911. Vibrazioni delle membrane	pag. 406
<i>Esercizi 2383-2385</i>	» 407
912. Vibrazioni delle lastre piane	» 408
<i>Esercizi 2386-2396</i>	» 409
913. Conclusioni	» 411
D) LE VELOCITÀ CRITICHE DEGLI ALBERI.	
914. Le velocità critiche	» 413
915. Albero di massa trascurabile con un volano eccentrico	» 413
<i>Esercizi 2397-2401</i>	» 417
916. Analogia fra le velocità critiche e le frequenze delle vibrazioni	» 418
<i>Esercizi 2402-2417</i>	» 422
917. Il comportamento alla velocità critica e a velocità superiore	» 426
918. Influenza dello sforzo assiale sulla velocità critica	» 431
<i>Esercizi 2418-2419</i>	» 432
919. Azione giroscopica di un volano non situato in mezzaria	» 433
<i>Esercizio 2420</i>	» 435
920. Problemi più complessi	» 436
921. Bibliografia	» 436
INDICE ANALITICO	» 439

CAPITOLO XXXII.

LA STABILITÀ DELL'EQUILIBRIO ELASTICO

809. Generalità ⁽¹⁾.

Il caso delle travi caricate di punta, del quale ci occupammo nel Cap. XIII, B), costituisce il più semplice e comune dei fenomeni d'instabilità dell'equilibrio elastico, cioè dell'equilibrio fra le forze esterne e le tensioni interne. Tale caso, che fu studiato da Eulero intorno alla metà del 700, rimase per oltre un secolo quasi privo d'interesse pratico, perchè i grossi pilastri di pietra o di legno allora in uso presentavano ogni garanzia contro il cedimento per instabilità dell'equilibrio. Ma in seguito, con l'impiego di materiali man mano più resistenti e con la conseguente diminuzione delle sezioni, le strutture divennero sempre più snelle, specie nei casi in cui la leggerezza è requisito essenziale. Per conseguenza i fenomeni d'instabilità divennero man mano più probabili e frequenti, e si presentarono in forme sempre più varie e numerose, fino a costituire il problema più preoccupante nelle moderne costruzioni leggere, sopra tutto nelle costruzioni navali e aeronautiche. E la loro importanza crebbe poi improvvisamente in seguito ad alcuni disastri grandiosi e di risonanza mondiale, avvenuti in circostanze che parvero inspiegabili.

Tali fenomeni possono manifestarsi in tutti i tipi di strutture, cioè nelle travi rettilinee o ad arco, nelle travi reticolari, nelle lastre piane o curve, nelle coperture, nei recipienti a parete sottile, ecc. Soltanto le strutture soggette a trazione ne sono esenti ⁽²⁾; per cui l'instabilità può aversi nelle sollecitazioni di compressione, di flessione, di torsione, di taglio, e in forme più complesse nei casi di sollecitazioni composte. Inoltre essa può avvenire quando le tensioni interne hanno ancora valori modesti e, apparentemente, tutt'altro che preoccupanti: ad es. un ferro

⁽¹⁾ Si veda anche O. BELLUZZI: *Considerazioni sulla stabilità dell'equilibrio elastico*, «Ingegneri-Architetti-Costruttori», Bologna, 1950, n. 9.

⁽²⁾ Tuttavia anche il fatto che una barra di ferro soggetta a sforzo di trazione crescente raggiunge a un certo punto la strizione e continua poi ad allungarsi fino a rompersi senza richiedere ulteriori aumenti della forza, si potrebbe considerare come un fenomeno d'instabilità dell'equilibrio fra le forze esterne e le tensioni interne; così che nessuna sollecitazione rimarrebbe esclusa. Un altro caso d'instabilità a trazione è quello del n. 868 b).