

INDICE

CAP. XXV. - Elementi di Teoria dell'elasticità con applicazioni.

577. Generalità	pag.	1
578. Relazioni fra gli spostamenti e le deformazioni	»	2
579. Relazioni fra le deformazioni e le tensioni (legge di Hooke).	»	4
580. Sistemi piani	»	5
581. Le tensioni intorno a un punto	»	9
<i>Esercizi 1129-1132</i>	»	12
582. La deformazione intorno a un punto	»	13
583. Variazioni delle tensioni da punto a punto	»	15
584. Equazione di congruenza o di compatibilità	»	16
585. Condizioni al contorno	»	18
586. I metodi di risoluzione dei problemi elastici	»	19
587. La funzione delle tensioni o di Airy	»	21
588. Casi semplici di lastre rettangolari	»	23
589. La trave a mensola di sezione rettangolare	»	26
<i>Esercizio 1133</i>	»	27
590. La trave appoggiata di sezione rettangolare	»	28
591. Ulteriori soluzioni in coordinate cartesiane	»	30
592. Le equazioni generali in coordinate polari	»	33
593. I tubi grossi	»	36
<i>Esercizi 1134-1138</i>	»	38
594. I tubi cerchiati	»	41
<i>Esercizio 1139</i>	»	42
595. I recipienti sferici grossi	»	45
<i>Esercizio 1140</i>	»	45
596. La flessione nelle travi ad arco circolare	»	45
<i>Esercizio 1141</i>	»	47
597. La trave a cuneo caricata nel vertice	»	47
<i>Esercizi 1142-1146</i>	»	50
598. La lastra semi indefinita	»	52
<i>Esercizi 1147-1148</i>	»	55
599. Il rullo compresso secondo due generatrici opposte	»	56

600. La lastra forata	pag.	57
601. Cenno sull'impiego delle funzioni di variabile complessa	»	58
602. La lastra indefinita	»	61
<i>Esercizi 1149-1150</i>	»	63
603. Cenni sui sistemi nello spazio	»	64
604. Il problema della torsione	»	68
<i>Esercizio 1151</i>	»	70
605. Sfere e rulli a contatto	»	71
<i>Esercizi 1152-1153</i>	»	73
606. Bibliografia	»	73

CAP. XXVI. — Le lastre piane.

607. Generalità	»	75
608. Flessione semplice in due direzioni ortogonali	»	76
<i>Esercizi 1154-1155</i>	»	79

A) LE LASTRE CIRCOLARI CARICATE SIMMETRICAMENTE.

609. La lastra circolare	»	80
610. La lastra circolare incastrata	»	83
611. La lastra circolare appoggiata	»	86
<i>Esercizi 1156-1161</i>	»	88
612. Carico agente lungo una circonferenza concentrica	»	91
613. Le linee d'influenza per le lastre circolari	»	92
<i>Esercizi 1162-1166</i>	»	94
614. Le tensioni provocate da un carico concentrato	»	96
<i>Esercizi 1167-1171</i>	»	98
615. La lastra di forma anulare	»	101
616. Casi particolari	»	102
<i>Esercizi 1172-1183</i>	»	104
617. La lastra circolare su appoggio elastico continuo	»	109
<i>Esercizi 1184-1185</i>	»	112
618. Problemi più complessi relativi alla lastra circolare	»	113

B) LE LASTRE DI FORMA QUALSIASI.

619. La lastra in generale. Le ipotesi fondamentali	»	114
620. Relazioni fra le sollecitazioni e la deformazione	»	115
621. L'equazione differenziale della superficie elastica	»	118
622. Considerazioni intuitive	»	119
623. I momenti intorno a un punto	»	121
624. Le condizioni al contorno	»	123
<i>Esercizi 1186-1187</i>	»	127

625. L'integrazione dell'equazione della superficie elastica	pag.	128
626. La lastra ellittica	»	129
<i>Esercizio 1188</i>	»	131
627. La lastra rettangolare appoggiata al contorno. Soluzione mediante serie doppie	»	132
<i>Esercizi 1189-1192</i>	»	135
628. La lastra rettangolare appoggiata al contorno. Soluzione mediante serie semplici	»	138
<i>Esercizi 1193-1196</i>	»	141
629. Il calcolo delle lastre mediante le differenze finite	»	143
<i>Esercizi 1197-1201</i>	»	149
630. La lastra rettangolare appoggiata al contorno. Carico uniforme	»	153
631. Caso della lastra quadrata	»	156
<i>Esercizi 1202-1208</i>	»	159
632. La lastra rettangolare appoggiata al contorno. Carico concentrato	»	162
<i>Esercizi 1209-1211</i>	»	164
633. Le sollecitazioni nelle travi perimetrali	»	165
<i>Esercizio 1212</i>	»	165
634. La lastra rettangolare incastrata al contorno	»	166
<i>Esercizi 1213-1215</i>	»	168
635. La lastra rettangolare coi lati vincolati in modo misto	»	169
<i>Esercizi 1216-1219</i>	»	171
636. La lastra rettangolare molto allungata	»	172
<i>Esercizi 1220-1221</i>	»	174
637. La lastra quadrata appoggiata nei quattro angoli	»	175
<i>Esercizio 1222</i>	»	176
638. Carico triangolare (paratoie)	»	176
<i>Esercizi 1223-1224</i>	»	177
639. Lastre di forma diversa dalla rettangolare	»	178
<i>Esercizio 1225</i>	»	179
640. Le condizioni di resistenza delle lastre	»	179
<i>Esercizi 1226-1227</i>	»	181
641. Il metodo energetico	»	182
<i>Esercizi 1228-1233</i>	»	186
642. Metodi approssimati vari	»	191
<i>Esercizio 1234</i>	»	193
643. Metodo approssimato di Marcus	»	194
<i>Esercizi 1235-1240</i>	»	196
644. Metodo approssimato di Bach	»	199
<i>Esercizi 1241-1248</i>	»	201
645. Il solaio a cassettoni. La lastra con nervature	»	205
<i>Esercizi 1249-1254</i>	»	207
646. La lastra continua su appoggi lineari	»	211
<i>Esercizio 1255</i>	»	213

647. La lastra continua su appoggi puntiformi. I solai a fungo	pag. 214
648. I solai a fungo. Sovraccarico totale	» 216
<i>Esercizi 1256-1258</i>	» 220
649. I solai a fungo. Sovraccarico parziale	» 222
<i>Esercizi 1259-1261</i>	» 224
650. I solai a fungo. Metodi approssimati	» 225
<i>Esercizi 1262-1263</i>	» 226
651. Le lastre con grande deformazione (lastre sottilissime)	» 229
<i>Esercizi 1264-1266</i>	» 230
652. Le membrane piane	» 232
<i>Esercizi 1267-1270</i>	» 233
653. Cenno sulle lastre grosse	» 236
654. Bibliografia	» 237

CAP. XXVII - Le membrane curve.

655. Generalità	» 241
656. Gli sforzi interni nelle membrane di rivoluzione	» 242
657. Le membrane di rivoluzione caricate con simmetria radiale	» 245
658. Considerazioni intuitive sul comportamento statico delle membrane	» 249
659. Le sollecitazioni locali nelle membrane	» 251
660. Caso dei serbatoi per gas	» 253
<i>Esercizi 1271-1275</i>	» 254
661. Caso dei serbatoi per liquidi	» 255
<i>Esercizi 1276-1284</i>	» 256
662. Caso di forze simmetriche qualsiasi	» 260
<i>Esercizi 1285-1289</i>	» 261
663. I serbatoi cilindrici con fondi convessi	» 262
<i>Esercizio 1290</i>	» 264
664. I serbatoi di uniforme resistenza	» 264
<i>Esercizio 1291</i>	» 267
665. Le cupole sottili	» 267
<i>Esercizi 1292-1301</i>	» 268
666. Il fondo dei serbatoi di cemento armato	» 273
<i>Esercizi 1302-1306</i>	» 273
667. Metodo grafico	» 274
668. Le deformazioni delle membrane di rivoluzione	» 275
669. Le deformazioni nel caso della membrana conica	» 279
<i>Esercizi 1307-1322</i>	» 281
670. Considerazioni sulle deformazioni delle membrane curve	» 287
<i>Esercizi 1323-1325</i>	» 288
671. Le membrane di rivoluzione soggette a forze non simmetriche	» 289
672. Caso delle forze antisimmetriche. Il vento	» 292
<i>Esercizi 1326-1343</i>	» 295

673. Problemi più complessi	pag. 303
674. Le membrane di forma qualsiasi	» 304
675. Bibliografia	» 305

CAP. XXVIII. - Le lastre curve (tubi, cupole, serbatoi).

676. Generalità	» 307
---------------------------	-------

A) LASTRE CILINDRICHE (TUBI)

677. I tubi cilindrici. Equazioni generali	» 308
678. Caso dello spessore costante. Integrali particolari	» 310
<i>Esercizi 1344-1345</i>	» 311
679. Caso dello spessore costante. Integrale generale dell'equazione omogenea	» 312
<i>Esercizi 1346-1348</i>	» 314
680. Lo smorzamento rapido delle sollecitazioni provocate ai bordi	» 316
<i>Esercizi 1349-1351</i>	» 318
681. Tubi lunghi. Coefficienti elastici di un bordo	» 319
<i>Esercizi 1352-1359</i>	» 321
682. Coefficienti elastici di un parallelo intermedio	» 324
<i>Esercizi 1360-1362</i>	» 326
683. Le rigidzze di un bordo e di un parallelo intermedio	» 327
<i>Esercizi 1363-1364</i>	» 328
684. Tubi corti. Coefficienti elastici di un bordo	» 328
685. Coefficienti elastici mutui dei due bordi	» 330
<i>Esercizi 1365-1374</i>	» 331
686. I serbatoi cilindrici ad asse verticale	» 335
<i>Esercizi 1375-1393</i>	» 338
687. Le condotte cerchiate	» 346
<i>Esercizi 1394-1404</i>	» 348
688. Le variazioni termiche nei tubi	» 354
<i>Esercizi 1405-1413</i>	» 356
689. I serbatoi di spessore variabile	» 359
<i>Esercizi 1414-1417</i>	» 362
690. Problemi più complessi	» 365
<i>Esercizi 1418-1419</i>	» 366

B) LASTRE A DOPPIA CURVATURA (CUPOLE)

691. Le lastre curve di rivoluzione	» 368
692. Le equazioni generali	» 369
693. Le equazioni fondamentali	» 373

694. Trasformazione del sistema omogeneo	pag. 376
695. La lastra sferica di spessore costante	» 377
696. La lastra conica di spessore costante	» 379
697. Gli integrali particolari	» 380
<i>Esercizio 1420</i>	» 381
698. Soluzione approssimata del sistema omogeneo	» 382
<i>Esercizi 1421-1425</i>	» 386
699. Forze e coppie agenti lungo un bordo. Coefficienti elastici	» 388
<i>Esercizi 1426-1430</i>	» 390
700. Lastre di rivoluzione di forma qualsiasi. La lastra sferica equi- valente	» 391
<i>Esercizi 1431-1435</i>	» 393
701. La rigidezza del bordo	» 395
<i>Esercizi 1436-1441</i>	» 397
702. Le cupole vincolate al bordo (o contorno)	» 398
703. Le cupole col bordo appoggiato sopra un piano orizzontale	» 400
<i>Esercizi 1442-1443</i>	» 401
704. Le cupole articolate al bordo	» 402
<i>Esercizi 1444-1447</i>	» 403
705. Le cupole col bordo scorrevole ma non girevole	» 404
<i>Esercizi 1448-1449</i>	» 405
706. Le cupole incastrate al bordo	» 406
<i>Esercizi 1450-1460</i>	» 407
707. La freccia elastica delle cupole	» 411
708. Caso delle cupole col bordo appoggiato su sede conica	» 414
<i>Esercizi 1461-1471</i>	» 414
709. Lo studio delle cupole mediante linee d'influenza	» 417
<i>Esercizi 1472-1476</i>	» 421
710. Riepilogo delle proprietà delle lastre di rivoluzione	» 425
711. Il caso della lastra circolare piana	» 428
<i>Esercizio 1477</i>	» 429
712. Le cupole molto ribassate	» 429
713. Le lastre aventi il raggio R_1 e lo spessore variabili	» 429
714. Problemi più complessi	» 430

O) STRUTTURE COSTITUITE DA PIÙ LASTRE CURVE. SERBATOI.

715. Considerazioni generali	» 431
716. Le travi ad anello	» 433
<i>Esercizio 1478</i>	» 433
717. Strutture complesse. Studio mediante i coefficienti elastici	» 434
<i>Esercizi 1479-1492</i>	» 435
718. I coefficienti elastici del bordo comune a due lastre in pa- rallelo	» 444
719. I coefficienti elastici e la rigidezza di un parallelo intermedio di una lastra	» 446

720. Strutture complesse. Studio mediante i coefficienti elastici com- posti	pag. 447
<i>Esercizi 1493-1500</i>	» 447
721. Strutture complesse. Metodo delle deformazioni	» 451
<i>Esercizio 1501</i>	» 452
722. Strutture complesse. Studio mediante le rigidezze	» 453
<i>Esercizi 1502-1510</i>	» 454
723. I serbatoi	» 457
<i>Esercizi 1511-1522</i>	» 457
724. I serbatoi del tipo Intze	» 464
<i>Esercizi 1523-1527</i>	» 465
725. Bibliografia	» 472

CAP. XXIX. - Le volte sottili.

726. Generalità	» 474
727. Le volte a botte. Equazioni generali	» 475
728. Le travi di bordo e i timpani	» 479
729. Le volte a botte soggette a carichi verticali	» 481
730. Le forme più frequenti della direttrice	» 482
731. Direttrice semiellittica	» 483
<i>Esercizi 1528-1529</i>	» 485
732. Direttrice ad arco circolare	» 486
<i>Esercizi 1530-1538</i>	» 487
733. Direttrice cicloidale	» 492
734. Direttrice a catenaria	» 493
735. Direttrice parabolica	» 494
<i>Esercizi 1539-1540</i>	» 495
736. Osservazioni	» 496
737. Le volte a botte soggette a pressione normale	» 499
<i>Esercizio 1541</i>	» 500
738. Serbatoi ad asse orizzontale per liquidi	» 501
<i>Esercizi 1542-1547</i>	» 501
739. Le volte a botte soggette all'azione del vento	» 503
<i>Esercizio 1548</i>	» 505
740. Gli sforzi principali e le linee isostatiche	» 506
<i>Esercizio 1549</i>	» 507
741. Le deformazioni elastiche	» 508
<i>Esercizi 1550-1552</i>	» 510
742. Le volte affiancate trasversalmente	» 511
<i>Esercizio 1553</i>	» 511
743. Le volte continue longitudinalmente	» 512
<i>Esercizio 1554</i>	» 513
744. Lo studio dell'influenza dei bordi	» 514
<i>Esercizi 1555-1559</i>	» 526

745. Ulteriori problemi relativi alle lastre cilindriche	pag. 535
746. Altri tipi di coperture	» 536
747. Coperture costituite da più lastre piane (volte a direttrice poligonale)	» 537
<i>Esercizio 1560</i>	» 540
748. Volte a doppia curvatura	» 541
749. Coperture costituite da parti di volte cilindriche	» 542
750. Coperture varie	» 543
751. Cenni costruttivi	» 544
752. Bibliografia	» 546

CAP. XXX. - La plasticità.

A) CONSIDERAZIONI VARIE.

753. Generalità	» 547
754. La legge tensioni-deformazioni	» 552
755. I limiti di proporzionalità e di elasticità si possono ritenere coincidenti	» 554
756. I benefici dovuti alla plasticità	» 555
<i>Esercizi 1561-1579</i>	» 556

B) LA DISTRIBUZIONE DELLE TENSIONI NELLE SEZIONI DELLE TRAVI.

757. Flessione. Sezione rettangolare	» 563
<i>Esercizi 1580-1582</i>	» 587
758. Sezione a doppio T	» 568
<i>Esercizi 1583-1587</i>	» 569
759. Sezioni di altre forme	» 570
<i>Esercizi 1588-1593</i>	» 572
760. Sezione rettangolare. Influenza dell'incrudimento	» 573
<i>Esercizi 1594-1595</i>	» 575
761. Sezione rettangolare. Diagramma σ, ϵ qualsiasi, ma simmetrico	» 575
<i>Esercizi 1596-1597</i>	» 576
762. Sezione rettangolare. Diagramma σ, ϵ qualsiasi e non simmetrico	» 577
<i>Esercizi 1598-1599</i>	» 578
763. Travi di cemento armato	» 579
<i>Esercizi 1600-1604</i>	» 580
764. Le tensioni tangenziali nella flessione plastica	» 582
<i>Esercizio 1605</i>	» 583
765. Flessione e sforzo normale. Sezione rettangolare	» 583
<i>Esercizi 1606-1613</i>	» 586
766. Torsione. Sezione circolare	» 587
<i>Esercizi 1614-1617</i>	» 589
767. Influenza dell'incrudimento	pag. 590
<i>Esercizi 1618-1619</i>	» 590

C) LA DEFORMAZIONE DELLE TRAVI.

768. La curvatura delle travi inflesse	» 591
769. La deformazione delle travi inflesse	» 592
<i>Esercizi 1620-1632</i>	» 594
770. La curvatura nel caso di flessione e sforzo normale	» 599
<i>Esercizi 1633-1634</i>	» 599
771. L'angolo di torsione nelle travi di sezione circolare	» 599
<i>Esercizi 1635-1636</i>	» 601

D) LE STRUTTURE IPERSTATICHE.

772. Considerazioni intuitive	» 601
773. Impiego della condizione di congruenza in regime plastico. La trave incastrata alle estremità	» 605
<i>Esercizi 1637-1649</i>	» 608
774. La trave con appoggio e incastro	» 614
<i>Esercizi 1650-1653</i>	» 616
775. Osservazioni	» 617
776. Le strutture reticolari iperstatiche	» 619
<i>Esercizi 1654-1667</i>	» 621
777. Studio della situazione limite all'atto del collasso. La trave incastrata alle estremità	» 629
<i>Esercizi 1668-1682</i>	» 630
778. La situazione limite per la trave con appoggio e incastro	» 634
<i>Esercizi 1683-1691</i>	» 635
779. La situazione limite per le travi continue	» 638
<i>Esercizi 1692-1695</i>	» 638
780. Nota al paragrafo 779: La situazione limite per i telai. Il teorema di Greenberg-Prager	» 639
<i>Esercizio 1696</i>	» 649
781. Coefficienti di sicurezza esterno e interno. Osservazioni	» 651
<i>Esercizi 1697-1698</i>	» 653
782. Altri casi vari	» 653
<i>Esercizi 1699-1708</i>	» 653

E) LE TENSIONI E LE DEFORMAZIONI RESIDUE.

783. Considerazioni generali	» 657
784. Le deformazioni residue nelle travi inflesse	» 658
<i>Esercizi 1709-1714</i>	» 659
785. Le tensioni residue nelle sezioni delle travi inflesse	pag. 660
<i>Esercizi 1715-1718</i>	» 661
786. Le tensioni residue nelle sezioni delle travi soggette a torsione	» 662
<i>Esercizio 1719</i>	» 662
787. Le reazioni e le sollecitazioni residue nelle travi inflesse iperstatiche	» 662
<i>Esercizi 1720-1742</i>	» 664
788. Bibliografia	» 664

CAP. XXXI - Le autotensioni.

789. Generalità	»	677
A) AUTOTENSIONI DI ORIGINI VARIE.		
790. Le varie specie di autotensioni	»	678
791. Le autotensioni dovute a distorsioni	»	680
<i>Esercizi 1743-1760</i>	»	681
792. Linee d'influenza delle sollecitazioni provocate da distorsioni	»	688
<i>Esercizi 1761-1766</i>	»	689
793. Le autotensioni dovute a variazioni termiche	»	692
<i>Esercizi 1767-1776</i>	»	692
794. Le autotensioni dovute a difetti di montaggio e ad altre cause	»	696
<i>Esercizi 1777-1782</i>	»	697
795. Spostamenti di un punto provocati da distorsioni	»	700
<i>Esercizi 1783-1785</i>	»	700
796. L'impiego del principio dei lavori virtuali	»	701
<i>Esercizi 1786-1805</i>	»	703
797. Il lavoro di deformazione	»	708
<i>Esercizi 1806-1809</i>	»	709
798. Il teorema di reciprocità per le autotensioni	»	710
<i>Esercizi 1810-1814</i>	»	713
799. Teoremi corrispondenti a quelli di Maxwell	»	714
<i>Esercizi 1815-1820</i>	»	716
800. L'impiego del teorema di Menabrea generalizzato	»	717
<i>Esercizi 1821-1827</i>	»	719
801. L'impiego di un teorema del minimo lavoro	»	720
<i>Esercizi 1828-1829</i>	»	721
802. Le autotensioni create ad arte	»	722
<i>Esercizi 1830-1852</i>	»	723
803. Il teorema di Land usato in modo inverso	»	732
<i>Esercizi 1853-1857</i>	»	732
804. Spostamenti di un punto provocati da cedimenti delle imposte	»	734
<i>Esercizi 1858-1872</i>	»	736
805. Spostamenti di un punto provocati da variazioni termiche	pag.	738
<i>Esercizi 1873-1875</i>	»	739
806. Come si possono misurare le autotensioni	»	739
<i>Esercizi 1876-1878</i>	»	742
807. Distorsioni variabili nella sezione delle travi	»	744
<i>Esercizi 1879-1882</i>	»	744
808. Riscaldamento non uniforme dei dischi e dei cilindri	»	747
<i>Esercizi 1883-1893</i>	»	750
INDICE ANALITICO	»	755

CAPITOLO XXV.

ELEMENTI DI TEORIA DELL'ELASTICITÀ
CON APPLICAZIONI

577. Generalità.

Le teorie elementari della Scienza delle costruzioni non sono atte allo studio di molti problemi tecnici che interessano l'ingegnere progettista. Così, ad es., tali teorie non si prestano per determinare le tensioni interne nei corpi non assimilabili a una trave (come sono molti organi delle macchine). Inoltre esse cadono in difetto anche nel caso delle travi, quando queste si discostano troppo dalla trave prismatica, ossia quando presentano variazioni rapide o brusche di sezione o di direzione dell'asse geometrico. In ogni caso poi sono impotenti per la ricerca delle tensioni che si generano nelle regioni immediatamente prossime ai punti d'applicazione delle forze esterne, come pure delle concentrazioni o ingorghi di tensione che si hanno nell'intorno delle strozzature e degli angoli rientranti (luoghi nei quali di solito si manifestano le prime fenditure). Soltanto i mezzi d'indagine più acuti e generali della Teoria dell'elasticità sono in grado di affrontare, e spesso di risolvere, problemi di tale natura.

Nel presente capitolo ci occuperemo soltanto dei primi elementi di questa teoria, per non allontanarci troppo dall'indirizzo di questo trattato. Scopo principale è di dare un'idea abbastanza chiara dei concetti e dei metodi più semplici che essa impiega, e di applicarli ad alcuni problemi elementari, mentre d'altra parte le nozioni acquisite faciliteranno lo studio di alcuni dei capitoli seguenti.

Pertanto ci limiteremo al caso particolare, ma abbastanza frequente nella pratica, dei sistemi piani, dando poi soltanto alcuni cenni dei sistemi nello spazio. Supporremo costantemente che i corpi studiati siano omogenei (cioè aventi le stesse proprietà in tutti i punti) e isotropi⁽¹⁾ (cioè aventi le stesse caratteristiche elastiche in tutte le direzioni), ciò

(¹) Per il caso più generale dei corpi anisotropi si veda, ad es., F. GRASHOF: *Theorie der Elasticität und Festigkeit*, sezione prima, C), Gaertner, 1878; A. E. H. LOVE: *A treatise on the mathematical theory of elasticity*, Cap. VI, Cambridge, University press, 1920; J. W. GECKLER: *Elastizitätstheorie anisotroper Körper*, «Hand. d. Physik», vol. VI, Cap. 5, Berlino, Springer, 1928.