

Laurent Younes

Invariance,
déformations et
reconnaissance
de formes



Springer

Table des matières

Partie I Variétés, groupes de Lie et invariance

1	Eléments de géométrie différentielle	3
1.1	Introduction	3
1.2	Variétés différentiables	3
1.2.1	Définition	3
1.2.2	Champs de vecteurs, espaces tangents	6
1.2.3	Applications entre deux variétés	11
1.3	Sous-variétés	11
1.4	Groupes de Lie	13
1.4.1	Définitions	13
1.4.2	Algèbre de Lie d'un groupe de Lie	13
1.4.3	Groupes de transformations rigides	14
1.5	Action de groupe	20
1.5.1	Introduction	20
1.5.2	Définitions	20
1.5.3	Espaces homogènes	21
1.5.4	Action infinitésimale	21
1.6	Structure riemannienne et distance	22
1.6.1	Introduction	22
1.6.2	Définitions	22
1.6.3	Distance géodésique	24
1.6.4	Dérivées directionnelles	24
2	Invariants	27
2.1	Introduction	27
2.2	Fonctions invariantes	27
2.3	Point de vue infinitésimal	29
2.3.1	Caractérisation	29
2.3.2	Méthode des caractéristiques	30
2.4	Invariants relatifs	31

2.4.1	Définition	31
2.4.2	Analyse infinitésimale	31
2.4.3	Caractérisation infinitésimale des facteurs multiplicatifs	32
2.5	Applications	33
2.5.1	Facteurs multiplicatifs pour l'action de $GL_2(\mathbb{R})$	33
2.5.2	Action sur les polynômes	36

Partie II Représentation de formes planes

3	Représentations paramétriques	43
3.1	Introduction	43
3.2	Définition	44
3.3	Courbes et sous-variétés de \mathbb{R}^2	44
3.4	Equivalence géométrique	45
3.4.1	Changement de paramètres	45
3.5	Courbe fermée	46
3.6	Tangente et normale	47
3.7	Espace des jets	47
3.7.1	Introduction	47
3.7.2	Définition	48
3.7.3	Prolongation d'une action rigide sur \mathbb{R}^2	48
3.7.4	Changements de paramètre	49
3.7.5	Générateurs infinitésimaux	52
3.8	Paramétrisation invariante	57
3.8.1	Définition	57
3.8.2	Transcription infinitésimale de (Q^2)	57
3.9	Sous groupes de $GL_n(\mathbb{R})$	58
3.9.1	Principe	58
3.9.2	Groupe des rotations-translations	58
3.9.3	Groupe des homothéties-translations	59
3.9.4	Groupe des similitudes	60
3.9.5	Groupe affine spécial	60
3.9.6	Groupe affine	61
3.9.7	Groupe projectif	63
3.9.8	Courbes paramétrées par longueur d'arc	64
3.9.9	Construction de nouveaux invariants	65
3.10	Représentation intrinsèque	67
3.10.1	Repère mobile	67
3.10.2	Rotations/translations	68
3.10.3	Similitudes	69
3.10.4	Groupe affine spécial	70
3.10.5	Groupe affine	70
3.10.6	Groupe projectif	71
3.11	Remarques	75

3.12	Types particuliers de paramétrisation	76
3.12.1	Paramétrisation polaire	76
3.12.2	Représentation d'un convexe borné	76
3.13	Invariants semi-locaux	79
4	Représentations implicites	83
4.1	Généralités	83
4.2	Evolutions régularisantes	85
4.2.1	Evolution de courbes	85
4.2.2	Evolution basée sur la courbure	86
4.2.3	Existence de solutions	89
4.2.4	Mise en œuvre numérique	89
4.3	Polynômes implicites	90
5	Axe médian	93
5.1	Introduction	93
5.1.1	Structure de l'axe médian	94
5.2	Calcul du squelette	95
5.2.1	Analyse du squelette d'un polygone	95
5.2.2	Diagrammes de Voronoï	97
5.3	Implémentations par équations aux dérivées partielles	98
5.3.1	Feu de prairie	98
5.3.2	Résolution implicite	101
5.4	Amincissement	102
5.5	Sensibilité au bruit	103
6	Représentation par des moments	105
6.1	Introduction	105
6.2	Invariants algébriques et moments	106
6.3	Lien avec les moments invariants	106
6.4	Bases orthogonales	108
7	Représentations relatives à un prototype	109
7.1	Représentation modale	109
7.1.1	Généralités	109
7.1.2	Modèle physique	110
7.1.3	Modes de déformation	112
7.2	Axes principaux de déformation	113
7.2.1	Analyse statistique de données	113
7.2.2	Détermination d'axes de déformation	123
7.3	Modélisation de déformations	127
7.3.1	Généralités	127
7.3.2	Représentation et déformations de formes planes polygonales	127
7.4	Simulation de formes	128

Partie III Les formes dans les images

8	Contours actifs	135
8.1	Première formulation	135
8.1.1	Introduction	135
8.1.2	Première variation et descente de gradient	136
8.1.3	Résolution numérique de la descente de gradient	137
8.1.4	Choix du potentiel	138
8.1.5	Initialisation	138
8.1.6	Régularisation implicite	138
8.2	Analyse intrinsèque	139
8.2.1	Cas général: analyse qualitative	139
8.2.2	Analyse quantitative dans le cas où $\alpha = 0$	140
8.2.3	Approximation discrète et programmation dynamique ..	143
8.3	Contours actifs et évolution régularisante	148
8.3.1	Stabilisation d'une évolution régularisante	148
8.4	Utilisation de prototypes déformables	149
8.4.1	Introduction	149
8.4.2	Détection des formes: approche par modes de déformation	150
8.4.3	Détection de formes sous l'action d'un groupe de déformations	151
9	Analyse statistique d'indices concordants	155
9.1	Introduction	155
9.2	Transformée de Hough	155
9.2.1	Description	155
9.2.2	Exemples	156
9.2.3	Configurations caractéristiques	157
9.2.4	Discrétisation et détection	158
9.3	Détection adaptative optimale	160
9.3.1	Présentation générale	160
9.3.2	Un exemple de construction des Y_i	162

Partie IV Analyse de déformations

10	Groupes de difféomorphismes	167
10.1	Introduction	167
10.2	Flots de difféomorphismes	168
10.2.1	Construction	168
10.2.2	Extension	174

11 Estimation de difféomorphismes	177
11.1 Introduction	177
11.2 Evaluation quantitative de difféomorphismes	177
11.2.1 Définitions	177
11.2.2 Normes fonctionnelles standard	178
11.2.3 Modèles hyperélastiques	180
11.2.4 Energies géodésiques	181
11.3 Mise en correspondance par interpolation	182
11.3.1 Splines	182
11.3.2 Interpolation de difféomorphismes	185
11.3.3 Interpolation par plaques minces	190
11.3.4 Interpolation par difféomorphismes	191
11.4 Estimation par transport	193
11.4.1 Approches variationnelles	193
11.4.2 Formulation par flots de difféomorphismes	199
11.4.3 Aspects numériques	203
12 Distances et action de groupe	209
12.1 Principes généraux	209
12.1.1 Introduction	209
12.1.2 Distances robustes à une action de groupe	210
12.1.3 Conditions d'atteinte de l'infimum	211
12.1.4 Action transitive	211
12.1.5 Approche infinitésimale	213
12.2 Distances invariantes entre nuages de points	214
12.2.1 Introduction	214
12.2.2 Espace de N -formes planes	215
12.2.3 Utilisation de la distance pour des courbes planes	218
12.3 Distances et difféomorphismes	220
12.3.1 Distances invariantes entre difféomorphismes	220
12.3.2 Distance entre objets déformables	222
Littérature	235
Index	247