

Vinicio Villani

Cominciamo da Zero

*Domande, risposte e commenti
per saperne di più sui perché della Matematica
(Aritmetica e Algebra)*



Pitagora Editrice Bologna

Indice

Prefazione	1
1. Zero è un numero? Perché?	5
2. Perché $1+1$ fa 2? E perché $2+2$ fa 4?	10
3. Qual è il successivo di 72185609?	16
4. Come si giustificano le procedure di calcolo per le operazioni di addizione, sottrazione e moltiplicazione in colonna?	20
5. Perché si attribuisce tanta importanza alla nozione di numero primo e al calcolo del MCD e del mcm fra due o più numeri naturali?	25
6. Perché si amplia l'insieme dei numeri naturali, passando ai numeri interi? E perché meno per meno fa più?	31
7. Perché si amplia l'insieme dei numeri interi introducendo i razionali? E perché per il prodotto di due frazioni si applica la regola di calcolo "naturale" $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ mentre per la somma non si applica la corrispondente regola "naturale" $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$?	39
8. Perché nelle espressioni aritmetiche le parentesi sono a volte necessarie e a volte superflue?	49
9. La teoria delle proporzioni è ancora attuale al giorno d'oggi?	53
10. Nelle applicazioni della matematica si usano quasi esclusivamente numeri decimali finiti. Perché invece i matematici non amano l'insieme di questi numeri, al punto da non avere avvertito l'esigenza di introdurre un simbolo specifico (per es. \mathbb{D}) per denotarlo?	58
11. Perché i calcoli con numeri decimali finiti, frazioni e percentuali sono difficili?	63
12. Perché non ci si ferma ai razionali e si introducono i numeri reali?	68
13. Perché i matematici usano metodi tanto complicati per costruire i numeri reali, mentre basterebbe introdurli come allineamenti decimali (finiti e infiniti)?	72
14. A che serve lo studio dei radicali?	81
15. Dire che un numero reale è conosciuto con quattro cifre esatte dopo la virgola equivale a dire che il numero è conosciuto a meno di 0,0001?	86

16. Perché le formule per la propagazione degli errori usate in matematica differiscono da quelle usate in fisica e nelle altre scienze sperimentali?	95
17. Che relazione c'è tra i numeri della matematica e i numeri delle calcolatrici e dei computer?	102
18. Perché non ci si ferma ai numeri reali, e si introducono i numeri complessi?	107
19. Cos'è un numero? E cos'è una struttura numerica?	112
20. Perché non si attribuisce alcun significato numerico ad espressioni come 0^0 o 0^{-1} ? E perché la sequenza degli ampliamenti numerici $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ non prosegue al di là dei complessi?	118
21. Al momento del passaggio dal calcolo con i numeri al calcolo con le lettere molti insegnanti e libri di testo affermano: "In algebra si opera con le lettere come in aritmetica con i numeri". Ma è proprio vero?	123
22. Qual è la struttura algebrica dell'insieme dei polinomi a coefficienti interi, razionali, reali, complessi?	130
23. Cosa afferma il teorema di identità dei polinomi?	137
24. Perché si attribuisce tanta importanza alla nozione di polinomio irriducibile e al calcolo del MCD e del mcm fra due o più polinomi?	142
25. Quali sono i polinomi irriducibili in $\mathbf{K}[x]$, con $\mathbf{K} = \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$?	148
26. I procedimenti risolutivi per le equazioni di primo e secondo grado sono ben noti. Esistono procedimenti risolutivi analoghi anche per le equazioni di grado superiore? Cosa afferma in proposito il teorema di Ruffini-Abel?	153
27. A che serve la regola di Ruffini?	158
28. Dato un polinomio $P(x)$ di grado qualsiasi, a coefficienti reali, è possibile determinare con una precisione prefissata i valori numerici delle sue (eventuali) radici reali, ricorrendo ad opportuni procedimenti di calcolo numerico approssimato?	163
29. Quali tra le proprietà note per i polinomi in una variabile, si estendono ai polinomi in più variabili?	170

30. Quand'è che due equazioni, o due disequazioni, o due sistemi, si dicono "equivalenti"? E a che serve trasformare equazioni, disequazioni, sistemi, in equazioni, disequazioni, sistemi equivalenti?	174
31. Nell'operare con frazioni algebriche è consentito o è vietato semplificare eventuali fattori comuni a numeratore e denominatore?	184
32. In algebra, con quali sfumature di significato vengono usati i termini: costante, variabile, indeterminata, incognita, parametro?	188
33. Postulato, Assioma, Principio, Teorema, Lemma, Corollario, Proposizione, Legge, Regola, Proprietà, Criterio,..Perché tanti significanti per due soli significati?	191
34. Qual è la struttura logica di una dimostrazione per induzione?	197
35. Qual è (o dovrebbe e potrebbe essere) il ruolo di assiomi, definizioni, teoremi e loro dimostrazioni, esempi, esercizi, problemi, uso del linguaggio naturale e del simbolismo matematico, prospettiva storica, nell'insegnamento-apprendimento della matematica nelle scuole secondarie?	202
Postfazione	206
Bibliografia	210
Indice analitico	213