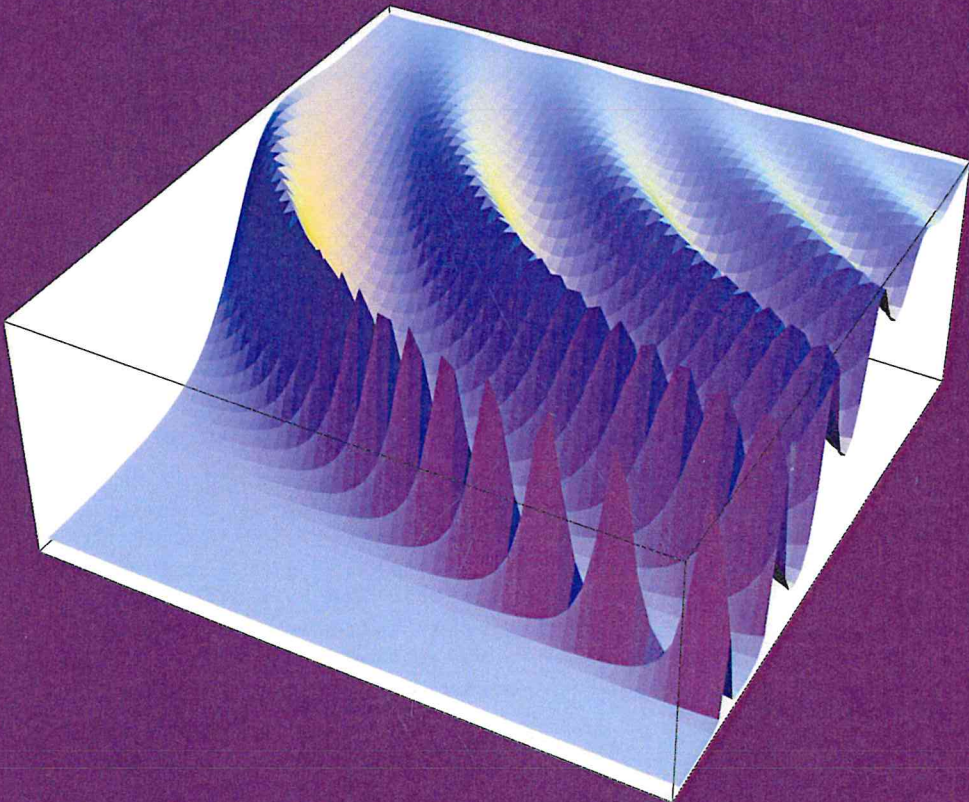


Cesare Rossetti

RUDIMENTI di MECCANICA QUANTISTICA

Seconda edizione



LIBRERIA EDITRICE UNIVERSITARIA
LEVROTTO & BELLA
TORINO

INDICE

CAP. I Premesse	pag. 1
1.- Idee e fatti che determinarono la nascita della meccanica quantistica	pag. 1
2.- Il corpo nero e l'ipotesi di Planck	pag. 16
3.- Il modello di Bohr per gli atomi idrogenoidi	pag. 26
3.1.- Stime numeriche	pag. 30
CAP. II L'approccio di Schrödinger	pag. 35
1.- Introduzione	pag. 35
2.- Funzione d'onda: significato e proprietà	pag. 37
3.- Il principio di sovrapposizione	pag. 40
4.- L'equazione di Schrödinger	pag. 42
4.1.- L'equazione di Schrödinger per una particella libera	pag. 42
4.2.- Forma generale dell'equazione di Schrödinger	pag. 48
5.- Equazione di continuità	pag. 50
6.- Soluzioni dell'equazione di Schrödinger "libera"	pag. 54
6.1.- Analisi di un semplice pacchetto d'onde	pag. 60
7.- Normalizzazione "in scatola"	pag. 65
8.- Onde piane in scatola	pag. 66
9.- Sistemi completi di funzioni esponenziali	pag. 68
10.- Insiemi discreti e continui di onde piane	pag. 75
11.- Spazio delle configurazioni e spazio degli impulsi	pag. 80
11.1.- Descrizione di un sistema di definito impulso nello spazio degli impulsi	pag. 80
11.2.- L'equazione di Schrödinger nello spazio degli impulsi	pag. 81
12.- Valori medi	pag. 85
12.1.- Esempi di calcolo di valori medi	pag. 93
12.2.- Evoluzione temporale dei valori medi	pag. 100
CAP. III Osservabili fisiche e operatori quantistici	pag. 105
1.- Generalità	pag. 105
2.- Rappresentazione dei più semplici operatori	pag. 113
2.1.- Operatori espressi in coordinate polari	pag. 116
2.1.1.- Operatori di momento angolare	pag. 117
2.1.2.- Energia cinetica e componente radiale dell'impulso	pag. 119
3.- Relazioni di commutazione	pag. 122
4.- Equazioni agli autovalori	pag. 126
4.1.- Sugli autovalori e le autofunzioni di un operatore hermitiano	pag. 128

5.- Misura contemporanea di più osservabili	pag. 138
6.- Il principio di indeterminazione	pag. 141
6.1.- La relazione di indeterminazione "tempo-energia"	pag. 147
6.2.- Giustificazioni empiriche del principio di indeterminazione	pag. 149
7.- Minimo prodotto degli scarti	pag. 152
7.1.- Allargamento nel tempo di un pacchetto d'onde gaussiano libero	pag. 155
CAP. IV Alcuni importanti esempi di equazioni agli	
autovalori	pag. 161
1.- L'operatore posizione	pag. 161
2.- L'operatore impulso	pag. 163
3.- L'operatore L_z , terza componente del momento angolare	pag. 166
4.- L'operatore L^2 , quadrato del momento angolare	pag. 167
4.1.- Proprietà delle funzioni $P_l(x)$, $P_l^m(x)$ e $Y_l^m(\Omega)$	pag. 176
4.2.- Visualizzazione semiclassica dei momenti angolari	pag. 186
5.- L'operatore energia cinetica	pag. 187
5.1.- Equazione agli autovalori in coordinate cartesiane	pag. 188
5.2.- Equazione agli autovalori in coordinate polari	pag. 189
5.21.- Cenni sull'equazione delle funzioni di Bessel sferiche e le sue soluzioni	pag. 191
5.22.- Ancora sulle autofunzioni di p^2 . Normalizzazione in senso lato delle funzioni $j_l(kr)$	pag. 193
5.23.- Decomposizione di un'onda piana in stati di definito momento angolare	pag. 196
CAP. V Stati di un sistema quantistico	pag. 199
1.- Identificazione dello stato di un sistema	pag. 199
2.- Evoluzione temporale e principio di causalità	pag. 201
3.- Stati stazionari	pag. 207
3.1.- Studio degli stati stazionari	pag. 209
CAP. VI Problemi unidimensionali	pag. 211
1.- Generalità	pag. 211
2.- Particella libera	pag. 216
3.- Gradino di potenziale	pag. 217
3.1.- Barriera impenetrabile	pag. 225
4.- Barriera di potenziale rettangolare	pag. 225
4.1.- Calcolo di T ed R	pag. 228
4.2.- Trasparenza di una barriera di potenziale su scala macro e microscopica	pag. 230
4.3.- Il caso di $E > V_0$	pag. 233
5.- Calcolo approssimato del coefficiente di trasmissione di una barriera poco trasparente, di forma arbitraria	pag. 234
6.- Buca di potenziale rettangolare: stati del continuo	pag. 237
7.- Trasmissione e riflessione come fenomeni interferenziali	pag. 241

8.- Coppi di barriere di potenziale. Serie di barriere	pag. 250
9.- Buca di potenziale rettangolare di altezza infinita	pag. 262
9.1.- Valori medi	pag. 267
9.2.- Probabilità di posizione	pag. 271
9.3.- Buca di potenziale parallelepipedale a pareti impenetrabili	pag. 273
10.- Problemi unidimensionali, stati legati e assenza di degenerazione	pag. 275
11.- Parità delle funzioni di stato per potenziali unidimensionali simmetrici	pag. 276
12.- Buca di potenziale rettangolare: stati legati	pag. 278
13.- Buca di potenziale asimmetrica: possibile assenza di stati legati	pag. 285
14.- Potenziale deltofornie	pag. 288
15.- Particella in un campo di forze uniforme	pag. 295
16.- L'oscillatore armonico lineare	pag. 305
16.1.- Funzioni di stato e valori medi	pag. 314
16.2.- Probabilità di posizione	pag. 319
16.3.- Stati coerenti	pag. 322
16.4.- Oscillatore tridimensionale	pag. 333
17.- Potenziale di Morse	pag. 336
18.- Potenziali periodici	pag. 343
18.1.- Il potenziale di Kronig e Penney	pag. 347
18.2.- Serie di barriere di potenziale rettangolari	pag. 355
19.- Potenziali localmente periodici	pag. 363
19.1.- Serie di barriere	pag. 365
19.11.- Trasparenza di una serie di barriere	pag. 372
19.12.- Serie di barriere confinate in una buca di altezza infinita	pag. 375
19.13.- Serie di barriere rettangolari	pag. 380
19.14.- Sequenza di barriere deltofornie	pag. 388
19.2.- Serie di buche	pag. 392
CAP. VII Problemi centrali	pag. 403
1.- Generalità	pag. 403
1.1.- Comportamenti asintotici, normalizzazioni e condizioni al contorno	pag. 407
1.2.- Probabilità di posizione	pag. 409
2.- Moto di una particella libera	pag. 411
3.- Buca di potenziale sferica a parete impenetrabile	pag. 413
4.- Buca di potenziale sferica di profondità finita	pag. 414
5.- Potenziale lineare confinante	pag. 422
6.- Oscillatore armonico isotropo	pag. 424
6.1.- Spettro e degenerazione	pag. 430
6.2.- Valori medi	pag. 432
6.3.- Gli stati s	pag. 434

7.- Punto materiale soggetto all'azione di N attrattori elastici ...	pag. 435
CAP. VIII Il problema dei due corpi	pag. 437
1.- Generalità	pag. 437
2.- Interazione nucleone-nucleone come buca di potenziale sferica	pag. 440
3.- Gli atomi idrogenoidi	pag. 442
3.1.- Funzioni d'onda radiali	pag. 447
3.2.- Funzioni di stato complete e degenerazione	pag. 451
3.3.- Ortogonalità delle funzioni di stato	pag. 452
3.4.- Probabilità di posizione	pag. 453
3.5.- Sullo stato fondamentale dell'atomo d'idrogeno	pag. 456
CAP. IX Approssimazione semiclassica	pag. 459
1.- Il limite classico delle meccanica quantistica	pag. 459
2.- Il metodo WKB e l'approssimazione semiclassica	pag. 464
3.- Soluzioni dell'equazione di Schrödinger nell'intorno di un punto di inversione in cui il potenziale sia lentamente variabile	pag. 468
4.- Studio semiclassico di una buca di potenziale	pag. 475
5.- Trattazione semiclassica dell'effetto tunnel	pag. 481
6.- Potenziali periodici e approssimazione WKB	pag. 486
7.- Punti di inversione legati a discontinuità del potenziale	pag. 492
8.- Approssimazione semiclassica e problemi centrali	pag. 497
8.1.- Atomi idrogenoidi e approssimazione WKB	pag. 499
8.2.- Alcune considerazioni sui decadimenti α	pag. 501
CAP. X La formulazione matriciale	pag. 505
1.- Introduzione	pag. 505
2.- Lo spazio degli stati fisici	pag. 506
2.1.- Operatori definiti in $\mathcal{F}$. Significato degli elementi di matrice	pag. 509
2.2.- Connessioni con la formulazione di Schrödinger	pag. 513
2.3.- Trasformazioni unitarie definite in $\mathcal{F}$ e trasformazioni di coordinate	pag. 516
2.3.1.- Traslazioni	pag. 521
2.3.2.- Rotazioni	pag. 522
2.3.3.- Inversione e operatore di parità	pag. 523
3.- Evoluzione temporale di un sistema	pag. 526
3.1.- Descrizione di Schrödinger	pag. 527
3.2.- Descrizione di Heisenberg	pag. 529
3.3.- Costanti del moto e proprietà di simmetria della hamiltoniana	pag. 530
4.- L'approccio di Heisenberg	pag. 533
4.1.- Equazioni classiche del moto	pag. 534
4.2.- Parentesi di Poisson e commutatori	pag. 536

4.3.- Quantizzazione di un sistema classico	pag. 537
5.- Sul formalismo alla Heisenberg.....	pag. 539
6.- La rappresentazione "energia". Stati stazionari.....	pag. 545
6.1.- Stati non stazionari e quasi stazionari.....	pag. 547
CAP. XI Problemi trattati con tecniche matriciali.....	pag. 553
1.- Schema	pag. 553
2.- Oscillatore armonico lineare	pag. 554
2.1.- Funzioni rappresentative degli stati	pag. 564
2.2.- Stati coerenti	pag. 566
3.- Problemi centrali	pag. 570
4.- Operatori di momento angolare	pag. 572
4.1.- Rappresentazioni finito-dimensionali	pag. 578
4.11.- La rappresentazione fondamentale	pag. 581
4.12.- La rappresentazione regolare	pag. 582
4.2.- Momenti angolari orbitali. Funzioni rappresentative degli stati	pag. 583
5.- Atomi idrogenoidi	pag. 587
5.1.- Costruzione degli stati dell'insieme $\{ nlm\rangle\}$	pag. 592
5.2.- Rappresentazione degli stati nello spazio delle configurazioni	pag. 593
6.- Vibrazioni di un "cristallo unidimensionale"	pag. 595
CAP. XII Ancora sui momenti angolari	pag. 605
1.- Lo spin	pag. 605
1.1.- Descrizione di un sistema dotato di spin	pag. 606
1.11.- Particelle di spin $1/2$	pag. 609
1.12.- Particelle di spin 1	pag. 613
2.- Composizione di due momenti angolari.....	pag. 617
2.1.- Costruzione degli stati $ jm\rangle$ e calcolo dei coefficienti di Clebsh-Gordan	pag. 622
2.2.- Esempi di composizione di due momenti angolari.....	pag. 630
2.21.- Composizione di due spin $1/2$	pag. 631
2.22.- Composizione di due momenti angolari, uno uguale ad 1 e l'altro uguale ad $1/2$	pag. 632
CAP. XIII Metodi di approssimazione	pag. 635
1.- Introduzione	pag. 635
2.- Teoria delle perturbazioni per stati stazionari e livelli discreti d'energia	pag. 636
2.1.- Esempi: perturbazione di un oscillatore armonico lineare ..	pag. 642
2.11.- Oscillatore carico soggetto all'azione di un campo elettrico costante	pag. 642
2.12.- Perturbazione quadratica	pag. 644
3.- Perturbazione di un livello degenerare.....	pag. 646
4.- Esempi di calcoli perturbativi (coinvolgenti atomi idrogenoidi)pag.	650

4.1- Correzioni allo spettro degli atomi idrogenoidi dovute alla non puntiformità del nucleo	pag. 650
4.2.- Effetto Stark nell'idrogeno	pag. 656
5.- Perturbazioni dipendenti dal tempo.....	pag. 659
6.- Transizioni tra stati discreti e stati del continuo indotte da una perturbazione periodica.....	pag. 666
6.1.- Probabilità di ionizzazione di un atomo d'idrogeno soggetto all'azione di un campo elettrico periodico	pag. 669
7.- Perturbazioni di durata finita.....	pag. 671
7.1.- Perturbazione che, dopo un certo tempo, tende ad un valore costante	pag. 672
8.- Variazione brusca dell'hamiltoniana.....	pag. 673
8.1.- Decadimento β di un atomo idrogenoide	pag. 675
9.- Approssimazione istantanea.....	pag. 677
10.- Approssimazione adiabatica	pag. 682
11.- Mutazioni di un oscillatore armonico nelle approssimazioni istantanea ed adiabatica.....	pag. 688
11.1.- Oscillatore con frequenza variabile nel tempo.....	pag. 689
11.11.- Approssimazione istantanea.....	pag. 689
11.12.- Approssimazione adiabatica	pag. 694
11.2.- Oscillatore la cui posizione di equilibrio varia nel tempo ..	pag. 696
11.21.- Approssimazione istantanea.....	pag. 696
11.22.- Approssimazione adiabatica	pag. 699
12.- Stima di livelli energetici con un metodo variazionale.....	pag. 700
12.1.- Esempi elementari	pag. 701
12.2.- Stima del livello fondamentale dell'elio	pag. 704
12.3.- Stima del valore di un livello eccitato	pag. 709
CAP. XIV Sistemi di particelle identiche.....	pag. 711
1.- Indistinguibilità di particelle identiche	pag. 711
2.- Bosoni e fermioni	pag. 716
3.- Il principio di Pauli.....	pag. 720
4.- Interazione di scambio	pag. 722
5.- Atomi con due elettroni	pag. 729
CAP. XV Moto in un campo elettromagnetico	pag. 737
1.- Equazioni del moto	pag. 737
2.- L'effetto Zeeman	pag. 746
2.1.- Sui livelli energetici e gli stati stazionari di un atomo	pag. 747
2.2.- Regole di selezione	pag. 751
2.3.- Effetto Zeeman "normale"	pag. 755
2.4.- Effetto Zeeman "anomalo"	pag. 758
2.41.- Calcolo rigoroso del fattore di Landé.....	pag. 764
CAP. XVI Insiemi puri e miscele. L'operatore densità	pag. 767
1.- Insiemi puri e miscele.....	pag. 767

2.- Descrizione di uno stato puro	pag. 769
3.- Descrizione di una miscela statistica	pag. 773
4.- Insiemi di particelle di spin $1/2$	pag. 778
5.- Evoluzione temporale di un insieme statistico	pag. 788
6.- Elementi di matrice dell'operatore densità	pag. 791
7.- Misure in un sottoinsieme di un insieme dato	pag. 795
CAP. XVII Elementi di teoria dell'urto	pag. 797
1.- Generalità	pag. 797
1.1.- Sezioni d'urto	pag. 798
1.2.- Cinematica di un urto elastico. Sistemi di riferimento del laboratorio e del baricentro	pag. 801
1.21.- Connessioni tra SL ed SB	pag. 804
1.22.- Sezioni d'urto in SL ed SB	pag. 809
2.- Urti in meccanica classica	pag. 811
2.1.- Equazione della traiettoria	pag. 816
2.11.- Traiettoria in un campo kepleriano o coulombiano	pag. 816
2.2.- Angolo di diffusione e parametro d'urto	pag. 820
2.3.- Sezioni d'urto	pag. 822
2.4.- Urto contro una sfera rigida	pag. 823
2.5.- Diffusione coulombiana: formula di Rutherford	pag. 825
2.6.- Sezioni d'urto di assorbimento e di caduta	pag. 826
2.61.- Sezione d'urto di caduta di meteoriti sulla terra	pag. 828
3.- Urti stazionari in meccanica quantistica	pag. 829
3.1.- Sezioni d'urto di diffusione	pag. 831
4.- Potenziali centrali. Sviluppi in onde parziali	pag. 835
4.1.- Ampiezza di diffusione e sezioni d'urto	pag. 839
4.11.- Teorema ottico	pag. 843
4.12.- Utilità pratica degli sviluppi in onde parziali	pag. 843
4.2.- Calcolo delle fasi. Relazioni tra fasi e potenziale	pag. 845
4.3.- Comportamento delle fasi in soglia	pag. 850
4.4.- Distribuzione angolare alle basse energie	pag. 851
5.- Urto contro una sfera impenetrabile	pag. 852
6.- Diffusione da parte di un potenziale di tipo buca o barriera sferica	pag. 858
7.- Effetto Ramsauer-Townsend e onde risonanti	pag. 865
7.1.- Effetto Ramsauer-Townsend	pag. 866
7.2.- Onde risonanti	pag. 868
7.21.- La formula di Breit e Wigner	pag. 870
7.22.- Condizioni di comparsa di una risonanza	pag. 872
7.23.- Risonanze e stati metastabili	pag. 875
8.- Approssimazione di Born	pag. 879
8.1.- Approssimazione di Born per le ampiezze parziali e per le fasi	pag. 879
8.2.- Approssimazione di Born per l'ampiezza di diffusione	pag. 881

8.3.- Esempio. Potenziale coulombiano schermato	pag. 882
9.- Urto di particelle identiche	pag. 884
10.- Diffusione Coulombiana	pag. 890
10.1.- Coordinate paraboliche	pag. 893
10.2.- Studio del problema in coordinate paraboliche	pag. 895
10.3.- Urto coulombiano tra particelle identiche. Sezione d'urto di Mott.....	pag. 900
11.- La matrice S	pag. 902
11.1.- Rappresentazione formale della matrice S	pag. 904
11.11.- Descrizione di interazione.....	pag. 904
11.12.- La formula di Dyson.....	pag. 906
11.13.- Utilizzazione della formula di Dyson	pag. 908
11.2.- Sezioni d'urto	pag. 910
11.21.- Approssimazione di Born	pag. 915
12.- Matrice S e problemi centrali.....	pag. 916
12.1.- Sezioni d'urto	pag. 919
13.- Alcune implicazioni dell'unitarietà della matrice S	pag. 923
APPENDICI	pag. 927
App. 1.- Equazioni differenziali, alle derivate parziali, lineari, omogenee, separabili	pag. 929
App. 2.- La funzione delta di Dirac	pag. 933
App. 3.- Richiami sugli spazi L^2 e le serie di Fourier.....	pag. 943
App. 4.- Richiami sulle equazioni differenziali, lineari e omogenee del secondo ordine	pag. 951
App. 5.- Polinomi ortogonali.....	pag. 957
1.- Generalità	pag. 957
2.- I polinomi ortogonali classici.....	pag. 959
2.1.- Equazione differenziale.....	pag. 965
2.2.- Ortogonalità del sistema $\{P'_n(x)\}$	pag. 966
2.3.- Formule per la derivata	pag. 967
2.4.- Funzione generatrice	pag. 968
2.5.- Integrale di normalizzazione	pag. 970
3.- Polinomi di Legendre	pag. 972
4.- Polinomi di Laguerre	pag. 976
5.- Polinomi di Hermite	pag. 980
6.- Polinomi di Chebyshev	pag. 983
App. 6.- Le funzioni sferiche di Bessel.....	pag. 987
1.- Le funzioni sferiche di Bessel e di Neumann	pag. 987
2.- Formule per la derivata e relazione di ricorrenza.....	pag. 990
3.- Comportamenti asintotici	pag. 991
4.- Le funzioni sferiche di Hankel	pag. 994
App. 7.- Spazi vettoriali lineari. Richiami ed estensioni.....	pag. 997
1.- Generalità	pag. 997

2.- Operatori	pag. 1000
3.- Basi, elementi di matrice e rappresentazioni	pag. 1003
4.- Operatori e trasformazioni unitarie.....	pag. 1008
5.- Rappresentazioni e cambiamenti di basi ortonormali. pag.	1010
6.- Equazione agli autovalori	pag. 1011
7.- Diagonalizzazione di operatori hermitiani	pag. 1013
App. 8.- Somma della serie $\sum_l (2l + 1)[j_l(kr)]^2 P_l(\cos\vartheta)$	pag. 1015
App. 9.- Una formula utile per l'integrazione di funzioni simmetriche	pag. 1019
Elenco degli scienziati citati	pag. 1025
Indice analitico	pag. 1033