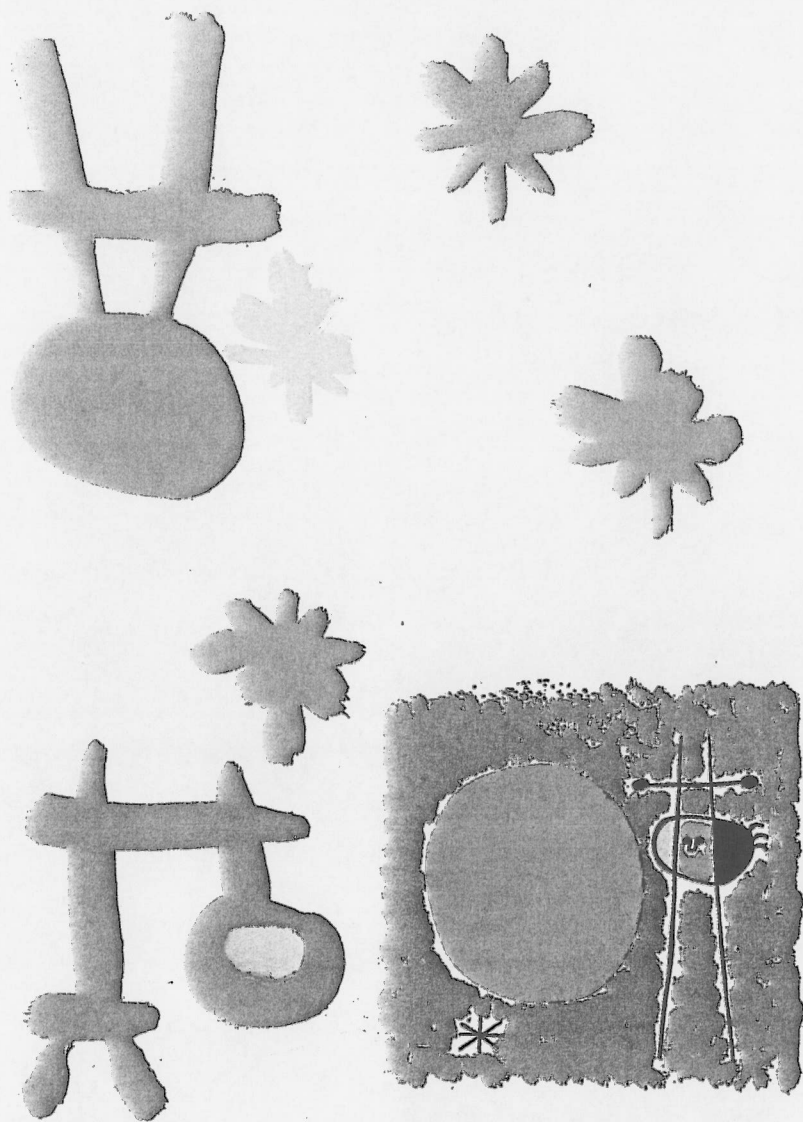




Carlo Domenico Pagani Sandro Salsa

Analisi matematica 1

ZANICHELLI

Indice generale

Prefazione	vii
1 Elementi di teoria degli insiemi	1
1. Nozioni di logica matematica	1
1.1 Logica delle proposizioni. Connettivi logici	1
1.2 Tavole di verità	3
1.3 Tautologie e regole di deduzione	4
1.4 Logica dei predicati. Quantificatori	6
2. Simboli e operazioni insiemistiche fondamentali	11
2.1 Definizioni	11
3. Relazioni	16
3.1 Prodotto cartesiano	16
3.2 Definizione di relazione	17
3.3 Equivalenze	18
3.4 Ordinamenti	20
4. Funzioni	22
4.1 Definizione di funzione	22
4.2 Funzioni particolari. Successioni. Multifunzioni	27
4.3 Funzione composta	30
4.4 Funzioni iniettive e suriettive. Funzione inversa	31
5. Insiemi finiti	34
5.1 Numeri cardinali. Numeri naturali	34
5.2 Il principio di induzione	36
6. Elementi di calcolo combinatorio	41
6.1 Permutazioni, combinazioni, disposizioni	42
6.2 Il principio di inclusione ed esclusione	48
6.3 Probabilità in spazi finiti	52
7. Insiemi infiniti	56
<i>Appendice. Cenno alla teoria assiomatica degli insiemi</i>	<i>59</i>
1 Linguaggio della teoria	59
2 Apparato deduttivo	59
2 Insiemi numerici	61
1. Da $\mathbb{N}$ a $\mathbb{Q}$	61
1.1 Rappresentazione dei numeri naturali	61
1.2 I numeri interi relativi	63
1.3 I numeri razionali	64
1.4 Struttura di $\mathbb{Q}$	64
1.5 Rappresentazione dei numeri razionali	66

2. I numeri reali	69
2.1 Definizione di numero reale	69
2.2 Ordinamento	70
2.3 Struttura algebrica	71
2.4 Proprietà di completezza	74
2.5 Isomorfismo tra campi ordinati completi	76
2.6 Potenza del continuo	77
<i>Appendice A. Dimostrazione delle proprietà di campo ordinato dei numeri reali</i>	79
<i>Appendice B. I numeri-macchina. Errori</i>	82
3. Radicali - potenze - logaritmi	86
3.1 Radici n -esime aritmetiche	86
3.2 Potenze con esponente reale	87
3.3 Logaritmi	88
3.4 Alcune disuguaglianze	90
4. I numeri complessi	92
4.1 Definizione di $\mathbb{C}$ e struttura di campo	93
4.2 Coniugato, modulo e argomento	94
4.3 Potenze e radici	98
3 Spazi euclidei	103
1. Gli spazi euclidei: $\mathbb{R}^n$ e $\mathbb{C}^n$	103
1.1 Spazi vettoriali lineari	103
1.2 Gli spazi $\mathbb{R}^n$ e $\mathbb{C}^n$	106
1.3 Gruppi	109
1.4 Prodotto scalare in $\mathbb{R}^n$	110
1.5 Prodotto scalare in $\mathbb{C}^n$	115
2. Elementi di topologia in $\mathbb{R}^n$	118
2.1 Punti interni, esterni, di frontiera, di accumulazione, isolati	118
2.2 Insiemi aperti, chiusi, limitati	120
2.3 La retta ampliata. Gli spazi $\mathbb{R}^n$	125
2.4 Insiemi compatti	128
2.5 Insiemi connessi. Insiemi convessi	129
4 L'operazione di limite	133
1. Funzioni reali di variabile reale	133
1.1 Positività e simmetrie	133
1.2 Funzioni limitate	135
1.3 Funzioni monotone	137
2. Limiti di funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$	141
2.1 Definizione di limite	141
2.2 Limite destro, sinistro, per eccesso, per difetto; in $\mathbb{R}$	144
2.3 Limiti e ordinamento	146
2.4 Limiti e struttura algebrica di $\mathbb{R}$	148
2.5 Esistenza del limite (per funzioni monotone)	154
2.6 Infinitesimi e infiniti. Confronti	157
2.7 Asintoti	160
3. Successioni a valori in $\mathbb{R}$	164
3.1 Limite di una successione	164
3.2 Confronti	167
3.3 Il numero "e"; alcuni limiti notevoli	171
3.4 Esistenza del limite. Massimo e minimo limite	175

3.5	Esistenza del limite finito. Criterio di Cauchy	181
3.6	Frazioni continue	182
4.	Limiti in $\mathbb{C}$. Limiti in $\mathbb{R}^n$	187
4.1	Funzioni da $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}^m$ e loro limiti	187
4.2	Successioni e topologia di $\mathbb{R}^n$	193
4.3	Il criterio di Cauchy	195
5	Funzioni continue	199
1.	Funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$	199
1.1	Definizione di continuità	199
1.2	Punti di discontinuità	202
1.3	Proprietà fondamentali delle funzioni continue su un intervallo	204
1.4	La continuità uniforme	207
2.	Funzioni continue da $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}^m$	211
2.1	Una caratterizzazione delle funzioni continue	211
2.2	Funzioni continue su un compatto	214
2.3	Funzioni continue su un connesso	215
3.	Funzioni elementari	216
3.1	Funzioni razionali intere. Polinomi	216
3.2	Funzioni razionali fratte	220
3.3	Funzioni algebriche	223
3.4	Esponenziali e logaritmi	224
3.5	Funzioni iperboliche e loro inverse	227
3.6	Funzioni circolari (o trigonometriche) e loro inverse	230
3.7	Esponenziale complesso	235
3.8	Logaritmo complesso. Operazione di elevamento a potenza nel campo complesso	237
6	Calcolo differenziale 1 Funzioni reali di variabile reale	241
1.	Derivata e differenziale	241
1.1	Definizione di derivata. Derivata destra, derivata sinistra. Derivate successive	241
1.2	Algebra delle derivate	248
1.3	Derivata di funzione composta. Derivata logaritmica	251
1.4	Derivata di funzione inversa	254
1.5	Differenziale	257
2.	I teoremi fondamentali del calcolo differenziale	260
2.1	Teorema di Fermat. Estremi locali	260
2.2	Teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange	262
2.3	Prime conseguenze del teorema di Lagrange	264
2.4	Il teorema di de L'Hôpital	269
2.5	La formula di Taylor	274
3.	Alcune applicazioni	286
3.1	Funzioni convesse e concave	286
3.2	Applicazioni della formula di Taylor	293
3.3	Determinazione del grafico di una funzione.	299
3.4	Risoluzione numerica di equazioni	302

7	Calcolo differenziale 2. Funzioni di più variabili	313
1.	Funzioni da $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}$	313
1.1	Derivate direzionali e derivate parziali	313
1.2	Differenziale	317
1.3	Derivate e differenziali di ordine superiore	322
1.4	Formula di Taylor	328
1.5	Funzioni omogenee; funzioni convesse e concave	330
2.	Funzioni a valori vettoriali	338
2.1	Derivate e differenziali	338
2.2	Differenziale delle funzioni composte	345
2.3	Funzioni da $\mathbb{C}$ in $\mathbb{C}$	347
2.4	Il teorema di inversione locale	349
3.	Funzioni implicite	359
3.1	Esempi preliminari	359
3.2	Il teorema di Dini	361
3.3	Insiemi di livello. Punti singolari	365
3.4	Inviluppo di una famiglia di curve	374
3.5	Il teorema delle funzioni implicite in più di due variabili	377
3.6	Funzioni definite da un sistema di equazioni	383
8	Integrali di funzioni di una variabile. Serie numeriche	391
1.	Integrale di Riemann	391
1.1	Definizione di integrale	391
1.2	Caratterizzazioni dell'integrale e significato geometrico	395
1.3	Classi di funzioni integrabili	398
1.4	Proprietà dell'integrale	400
1.5	Primo teorema fondamentale del calcolo integrale	404
1.6	Funzione integrale; secondo teorema fondamentale del calcolo integrale	406
1.7	Integrale indefinito	408
1.8	Regole di integrazione	411
1.9	Integrali dipendenti da un parametro	414
1.10	Integrazione numerica	417
2.	Serie numeriche	428
2.1	Definizione di serie e prime proprietà	428
2.2	Serie a termini non negativi	432
2.3	Convergenza e convergenza assoluta	438
2.4	Operazioni sulle serie	443
2.5	Proprietà associativa e commutativa	445
2.6	Medie aritmetiche	448
3.	Estensioni dell'integrale di Riemann	452
3.1	Integrali impropri	452
3.2	Criteri di convergenza	455
3.3	Serie e integrali	459
3.4	Integrale di Stieltjes	460
	<i>Appendice. Cenno all'Analisi non standard</i>	466
	Grafici richiamati nel testo	473
	Indice analitico	481