

Pasquale Erto

Probabilità e statistica

per lo studente di Ingegneria

Terza edizione

McGraw-Hill

Milano • New York • San Francisco • Washington D.C. • Auckland
Bogotá • Harlow • London • Madrid • Mexico City • Montreal
New Delhi • San Juan • Singapore • Sydney • Tokyo • Toronto

Indice

Prefazione	xiii
1 Probabilità	1
1.1 Origini del Calcolo delle Probabilità e della Statistica	1
1.2 Eventi, stato di conoscenza, probabilità	4
1.3 Calcolo Combinatorio	11
1.3.1 Disposizioni di n elementi su k posti	11
1.3.2 Permutazioni di n elementi	12
1.3.3 Combinazioni di n elementi presi k alla volta	13
1.3.4 Ripartizioni di n elementi in m classi	14
1.3.5 Approfondimenti applicativi	15
1.4 Calcoli consueti, scelta del criterio di calcolo, differenti interpretazioni della Probabilità	19
1.4.1 Definizione classica	20
1.4.2 Definizione frequentista	21
1.4.3 Definizione soggettiva	23
1.5 Impostazione assiomatica del Calcolo delle Probabilità	26
1.6 Legami stocastici tra eventi	27
1.6.1 Dipendenza logica	27
1.6.2 Probabilità subordinata, probabilità composta, indipendenza stocastica	28
1.7 Formule fondamentali	37
1.7.1 Probabilità dell'unione di eventi non incompatibili	37
1.7.2 Partizione e somma di spazi campici, regola della fattorizzazione	38
1.7.3 Teorema di Bayes	41
Problemi	44

2	Applicazioni in campo scientifico e tecnologico	49
2.1	Genesi della dipendenza stocastica tra eventi	49
2.2	Identificazione e valutazione della dipendenza stocastica	52
2.3	Scambiabilità di eventi	59
2.4	Esempi applicativi tipici	60
2.5	Introduzione alla Fisica Statistica	70
2.5.1	Spazio delle fasi e statistiche notevoli	74
	Problemi	75
3	Variabili aleatorie	81
3.1	Introduzione	81
3.2	Funzione distribuzione e densità di probabilità	82
3.3	Densità di rischio e periodo di ritorno	89
3.4	Variabili aleatorie bidimensionali	92
3.5	Trasformazioni di v.a.	101
3.5.1	Trasformazioni unidimensionali	101
3.5.2	Trasformazioni bidimensionali	104
3.6	Media, varianza e covarianza	109
3.7	Mediana, moda, quantile	115
3.8	Asimmetria e curtosi	117
3.9	Trasformate notevoli della funzione distribuzione	118
3.9.1	Funzione generatrice dei momenti	118
3.9.2	Funzione caratteristica	120
3.10	Regressione lineare e coefficiente di correlazione	122
	Problemi	125
4	Modelli di variabili aleatorie discrete	131
4.1	Un modello elementare di v.a. discreta: Bernoulli	131
4.2	Binomiale e Multinomiale	132
4.3	Altri modelli legati al Bernoulli: Geometrico, Binomiale Negativo, Ipergeometrico	136
4.4	Poisson	140
	Problemi	143
5	Modelli di variabili aleatorie continue	147
5.1	Un modello elementare di v.a. continua: Uniforme	147
5.2	Esponenziale e Gamma	149
5.2.1	Altri modelli deducibili dall'Esponenziale: Gumbel e Weibull	152
5.3	Normale	157
5.3.1	Teorema del limite centrale	161
5.4	Normale bivariata	165
5.4.1	Marginali Normali e s -indipendenti	165
5.4.2	Marginali Normali e s -dipendenti	166

5.5	Altri modelli bidimensionali	171
	Problemi	174
6	Studio sperimentale di variabili aleatorie	179
6.1	Popolazione, campione e inferenza statistica	179
6.2	Campione casuale	181
6.3	Statistiche campionarie	181
6.3.1	Media, varianza e mediana	182
6.3.2	Media geometrica, armonica e quadratica	183
6.4	Rappresentazioni grafiche	186
6.4.1	Distribuzioni empiriche: diagrammi a barre e istogrammi	186
6.4.2	<i>Stem-and-Leaf</i> o diagrammi a stelo e foglia	190
6.4.3	<i>Box-Plot</i> o diagrammi a quadri	192
6.4.4	Istogrammi bidimensionali	196
6.5	Media e varianza di alcune statistiche campionarie	198
6.6	Distribuzione delle statistiche campionarie	200
6.7	Campione estratto senza rimessa da una popolazione finita	201
6.8	Disuguaglianza di Chebyshev e legge dei grandi numeri	203
6.9	Metodo Delta per l'approssimazione di media e varianza di una funzione di più v.a.	206
6.10	Errori di misura di grandezze fisiche	211
6.10.1	Genesi dell'errore aleatorio	211
6.10.2	Misura di una grandezza da più valutazioni dirette di uguale precisione	211
6.10.3	Misura di una grandezza da più valutazioni dirette di ineguale precisione	212
6.10.4	Misura indiretta di una grandezza	213
6.10.5	Cifre significative e arrotondamento di valutazioni basate su misure	216
	Problemi	217
7	Modelli di variabili aleatorie inferenziali	221
7.1	Modelli inferenziali	221
7.2	Distribuzione Chi-Quadrato	223
7.3	Distribuzione di Student	228
7.4	Distribuzione di Fisher	231
	Problemi	234
8	Metodo Monte Carlo	239
8.1	Simulazione Monte Carlo	239
8.2	Generazione di determinazioni di una v.a. Uniforme	240
8.3	Generazione di determinazioni di una v.a. con Cdf invertibile analiticamente	243

2	Applicazioni in campo scientifico e tecnologico	49
2.1	Genesi della dipendenza stocastica tra eventi	49
2.2	Identificazione e valutazione della dipendenza stocastica	52
2.3	Scambiabilità di eventi	59
2.4	Esempi applicativi tipici	60
2.5	Introduzione alla Fisica Statistica	70
2.5.1	Spazio delle fasi e statistiche notevoli	74
	Problemi	75
3	Variabili aleatorie	81
3.1	Introduzione	81
3.2	Funzione distribuzione e densità di probabilità	82
3.3	Densità di rischio e periodo di ritorno	89
3.4	Variabili aleatorie bidimensionali	92
3.5	Trasformazioni di v.a.	101
3.5.1	Trasformazioni unidimensionali	101
3.5.2	Trasformazioni bidimensionali	104
3.6	Media, varianza e covarianza	109
3.7	Mediana, moda, quantile	115
3.8	Asimmetria e curtosi	117
3.9	Trasformate notevoli della funzione distribuzione	118
3.9.1	Funzione generatrice dei momenti	118
3.9.2	Funzione caratteristica	120
3.10	Regressione lineare e coefficiente di correlazione	122
	Problemi	125
4	Modelli di variabili aleatorie discrete	131
4.1	Un modello elementare di v.a. discreta: Bernoulli	131
4.2	Binomiale e Multinomiale	132
4.3	Altri modelli legati al Bernoulli: Geometrico, Binomiale Negativo, Ipergeometrico	136
4.4	Poisson	140
	Problemi	143
5	Modelli di variabili aleatorie continue	147
5.1	Un modello elementare di v.a. continua: Uniforme	147
5.2	Esponenziale e Gamma	149
5.2.1	Altri modelli deducibili dall'Esponenziale: Gumbel e Weibull	152
5.3	Normale	157
5.3.1	Teorema del limite centrale	161
5.4	Normale bivariata	165
5.4.1	Marginali Normali e s -indipendenti	165
5.4.2	Marginali Normali e s -dipendenti	166

5.5	Altri modelli bidimensionali	171
	Problemi	174
6	Studio sperimentale di variabili aleatorie	179
6.1	Popolazione, campione e inferenza statistica	179
6.2	Campione casuale	181
6.3	Statistiche campionarie	181
6.3.1	Media, varianza e mediana	182
6.3.2	Media geometrica, armonica e quadratica	183
6.4	Rappresentazioni grafiche	186
6.4.1	Distribuzioni empiriche: diagrammi a barre e istogrammi	186
6.4.2	<i>Stem-and-Leaf</i> o diagrammi a stelo e foglia	190
6.4.3	<i>Box-Plot</i> o diagrammi a quadri	192
6.4.4	Istogrammi bidimensionali	196
6.5	Media e varianza di alcune statistiche campionarie	198
6.6	Distribuzione delle statistiche campionarie	200
6.7	Campione estratto senza rimessa da una popolazione finita	201
6.8	Disuguaglianza di Chebyshev e legge dei grandi numeri	203
6.9	Metodo Delta per l'approssimazione di media e varianza di una funzione di più v.a.	206
6.10	Errori di misura di grandezze fisiche	211
6.10.1	Genesi dell'errore aleatorio	211
6.10.2	Misura di una grandezza da più valutazioni dirette di uguale precisione	211
6.10.3	Misura di una grandezza da più valutazioni dirette di ineguale precisione	212
6.10.4	Misura indiretta di una grandezza	213
6.10.5	Cifre significative e arrotondamento di valutazioni basate su misure	216
	Problemi	217
7	Modelli di variabili aleatorie inferenziali	221
7.1	Modelli inferenziali	221
7.2	Distribuzione Chi-Quadrato	223
7.3	Distribuzione di Student	228
7.4	Distribuzione di Fisher	231
	Problemi	234
8	Metodo Monte Carlo	239
8.1	Simulazione Monte Carlo	239
8.2	Generazione di determinazioni di una v.a. Uniforme	240
8.3	Generazione di determinazioni di una v.a. con Cdf invertibile analiticamente	243

8.4	Generazione di determinazioni di una v.a. con Cdf non invertibile analiticamente	244
8.5	Una panoramica delle applicazioni	246
8.6	Accuratezza del metodo e numero di pseudo-esperimenti	254
	Problemi	256
9	Stima dei parametri di una variabile aleatoria	259
9.1	Stima parametrica puntuale	259
9.1.1	Metodo dei momenti	261
9.1.2	Metodo della massima verosimiglianza	264
9.1.3	Metodo dei grafici di probabilità	268
9.3.1.1	L'idea di base	268
9.3.1.2	La tecnica	269
9.2	Stima parametrica per intervallo	272
9.2.1	Formulazione degli intervalli di confidenza	274
	Problemi	285
10	Test delle ipotesi	291
10.1	Ipotesi nulla, livello di significatività e potenza di un test	291
10.1.1	Distribuzione di campionamento	294
10.1.2	Scelta del test	295
10.2	Test parametrici	295
10.2.1	Formulazione dei test	295
10.2.2	Campione singolo	297
10.2.3	Campioni autoappaiati o appaiati	301
10.2.4	Campioni s -indipendenti: confronto di medie e varianze	302
10.2.5	Test di omogeneità di n varianze	307
10.3	Test non parametrici	309
10.3.1	Introduzione	309
10.3.2	Test binomiale e test dei segni	309
10.3.3	Test del Chi-Quadrato	312
10.3.4	Test di Mc Nemar	319
10.3.5	Test "esatto" di Fisher e test della mediana	321
10.4	Test di Kolmogorov-Smirnov e altri test di adattamento	324
10.5	Test multipli, correzione di Bonferroni e metodo Monte Carlo	327
10.5.1	Correzione di Bonferroni	328
10.5.2	Approccio col metodo Monte Carlo	329
	Problemi	333
11	Progettazione degli esperimenti e analisi della varianza	339
11.1	Progettazione degli esperimenti	339
11.1.1	Confronto tra l'approccio "classico" e quello "statistico"	340
11.1.2	Piano casualizzato completamente	342

11.1.3	Piano casualizzato a blocchi	343
11.1.4	Quadrati latini e greco-latini	345
11.2	Analisi della varianza	347
11.2.1	Analisi della varianza a una via	349
11.2.2	Analisi della varianza a due vie	356
11.2.3	Analisi delle interazioni tra fattori	359
11.3	Stima degli effetti	364
	Problemi	366
12	Progettazione robusta e innovazione	373
12.1	Introduzione	373
12.2	Significato di progettazione robusta e innovazione	375
12.3	Valutazione economica della variabilità	377
12.3.1	Funzioni di perdita	379
12.4	Piani sperimentali	380
12.4.1	Piani ortogonali 2^k ridotti	381
12.4.2	Confondimento degli effetti nei piani ortogonali 2^k ridotti	386
12.4.3	Piani ortogonali n^3 ed n^4 ridotti	390
12.4.4	Piani incrociati	392
12.5	Superfici di risposta e curve di livello	394
12.6	Funzione segnale-rumore	396
12.7	Applicazione all'innovazione di prodotto	401
	Problemi	404
13	Analisi di regressione	409
13.1	Analisi di regressione	409
13.2	Regressione lineare semplice	411
13.2.1	Metodo dei minimi quadrati	411
13.2.2	Proprietà degli stimatori dei minimi quadrati	414
13.2.3	Coefficienti di correlazione e di determinazione	416
13.2.4	Test di dipendenza lineare	418
13.2.5	Test d'ipotesi e intervalli di confidenza dei parametri	420
13.2.6	Test d'ipotesi e intervalli di confidenza della risposta	422
13.2.7	Controllo dei valori anomali e dei residui	426
13.3	Regressione lineare multipla e polinomiale	428
13.3.1	Coefficiente di determinazione e test di dipendenza lineare	431
13.3.2	Test d'ipotesi e intervalli di confidenza dei parametri	432
13.4	Scelta del modello interpretativo migliore	433
13.5	Conversione di dati non lineari	434
13.6	Regressione non lineare	443
13.7	Regressione, intervalli di confidenza e metodo bootstrap	448
13.7.1	Introduzione al metodo bootstrap	449
13.7.2	Approccio bootstrap agli intervalli di confidenza	452

13.7.3	Considerazioni riassuntive sul bootstrap	455
	Problemi	455
14	Funzioni aleatorie e affidabilità dei sistemi riparabili	461
14.1	Esempi elementari di f.a.	461
14.2	Formulazione e caratteristiche delle f.a.	468
14.2.1	Stazionarietà delle f.a.	471
14.2.2	Stima delle caratteristiche ed ergodicità delle f.a.	473
14.2.3	Trasformazioni di f.a.	475
14.3	Processo di diffusione di particelle fisiche	476
14.4	Processi di conteggio e affidabilità di sistemi riparabili	477
14.4.1	Media, autocorrelazione e varianza	478
14.4.2	Tasso di guasto	479
14.4.3	Funzione intensità	480
14.4.4	Processo Non-Omogeneo di Poisson	481
14.5	Modello di affidabilità di sistema riparabile e non	486
	Problemi	489
15	Controllo statistico della qualità	493
15.1	Controllo statistico di processo	493
15.1.1	Carte di controllo per variabili	497
15.1.2	Carte di controllo per attributi	503
15.1.3	Numero m di campioni e frequenza di prelievo	505
15.1.4	Dimensione n dei campioni ed efficacia del controllo	507
15.1.5	Specifiche e capacità di un processo	510
15.1.6	Limiti di sorveglianza e carte di controllo CUSUM	511
15.2	Collaudo in accettazione	514
15.2.1	Campionamento e curva operativa	515
15.2.2	Rischi del fornitore e dell'acquirente	516
15.2.3	Qualità media risultante	517
15.3	Analisi sequenziale di un processo o di un lotto	518
	Problemi	520
	Bibliografia	527
A	Appendice matematica	531
A.1	Serie geometrica	531
A.2	Esponenziale immaginario	532
A.3	Funzione Gamma e Digamma	532
A.4	Correzione di Bonferroni	533
B	Esperimenti di statistica	535
B.1	Valutazione statistica di una popolazione (<i>Sampling Box experiment</i>)	535

B.2	Tubo di Galton (<i>Quincunx experiment</i>)	536
B.3	Valutazione della prestazione di operai (<i>Red Beads experiment</i>)	539
B.4	Governo di un imbuto (<i>Funnel experiment</i>)	541
B.5	Scoperta del misterioso fattore Ω (<i>Sampling Box experiment</i>)	542
B.6	L'inutile collaudo (<i>Sampling Box experiment</i>)	543
B.7	I gettoni numerati (<i>Chips Box experiment</i>)	544
B.8	L'arte di stimare un parametro (<i>Sampling Box experiment</i>)	545
B.9	Verifica sperimentale dell'ANOVA (<i>con l'impiego del Tubo di Galton</i>)	545
B.10	La catapulta romana (<i>Catapult experiment</i>)	546
C	Simbologia	549
D	Tabelle	553
E	Soluzione di alcuni dei problemi proposti	561
	Indice analitico	589