

Nikolaj S. Piskunov

# Calcolo differenziale e integrale

Volume secondo

Editori Riuniti

Edizioni Mir

§ 1. Impostazione del problema. Equazione del moto di un corpo in un ambiente la cui resistenza è proporzionale alla velocità. Equazione della catenaria p. 11 — § 2. Definizioni p. 15 — § 3. Equazioni differenziali del primo ordine (nozioni generali) p. 16 — § 4. Equazioni a variabili separate e separabili. Problema della disintegrazione del radio p. 21 — § 5. Equazioni omogenee del primo ordine p. 26 — § 6. Equazioni riducibili a equazioni omogenee p. 28 — § 7. Equazioni lineari del primo ordine p. 31 — § 8. Equazione di Bernoulli p. 35 — § 9. Equazioni a differenziali totali p. 37 — § 10. Fattore integrante p. 40 — § 11. Involuppo di una famiglia di curve p. 43 — § 12. Soluzioni singolari di equazioni differenziali del primo ordine p. 51 — § 13. Equazione di Clairaut p. 52 — § 14. Equazione di Lagrange p. 55 — § 15. Traiettorie ortogonali ed isogonali p. 57 — § 16. Equazioni differenziali di ordine superiore (nozioni generali) p. 62 — § 17. Equazione del tipo  $y^{(n)} = f(x)$  p. 64 — § 18. Tipi di equazioni differenziali del secondo ordine riducibili ad equazioni del primo ordine. Problema della seconda velocità cosmica p. 67 — § 19. Integrazione grafica delle equazioni differenziali del secondo ordine p. 76 — § 20. Equazioni lineari omogenee. Definizioni e proprietà generali p. 78 — § 21. Equazioni lineari omogenee del secondo ordine a coefficienti costanti p. 85 — § 22. Equazioni lineari omogenee di ordine  $n$  a coefficienti costanti p. 90 — § 23. Equazioni lineari non omogenee del secondo ordine p. 93 — § 24. Equazioni lineari non omogenee del secondo ordine a coefficienti costanti p. 97 — § 25. Equazioni lineari non omogenee di ordine  $n$  p. 105 — § 26. Equazioni differenziali di oscillazioni meccaniche p. 109 — § 27. Oscillazioni libere. Rappresentazione vettoriale e complessa delle oscillazioni armoniche p. 110 — § 28. Oscillazioni forzate p. 114 — § 29. Sistemi di equazioni differenziali ordinarie p. 119 — § 30. Sistemi di equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti p. 124 — § 31. Cenni sulla teoria della stabilità di Ljapunov. Comportamento della traiettoria dell'equazione differenziale nell'intorno di un punto singolare p. 131 — § 32. Soluzione approssimata delle equazioni differenziali del primo ordine con il metodo d'Eulero p. 149 — § 33. Soluzione approssimata delle equazioni differenziali con il metodo delle differenze finite basato sull'applicazione della formula di Taylor. Metodo di Adams p. 152 — § 34. Metodo approssimato d'integrazione dei sistemi di equazioni differenziali del primo ordine p. 159  
Esercizi p. 164

§ 1. Integrale doppio p. 178 — § 2. Calcolo degli integrali doppi p. 181 — § 3. Calcolo degli integrali doppi (continuazione) p. 187 — § 4. Calcolo di aree e di volumi mediante gli integrali doppi p. 194 — § 5. Integrali doppi in coordinate polari p. 198 — § 6. Sostituzione di variabili in un integrale doppio (caso generale) p. 206 — § 7. Calcolo delle aree di superfici p. 212 — § 8. Densità di distribuzione della materia ed integrale doppio p. 216 — § 9. Momento d'inerzia di una figura piana p. 218 — § 10. Coordinate del baricentro di una figura piana p. 223 — § 11. Integrale triplo p. 225 — § 12. Calcolo degli integrali tripli p. 226 — § 13. Sostituzione di variabili in un integrale triplo p. 232 — § 14. Momento d'inerzia e coordinate del baricentro di un corpo p. 236 — § 15. Calcolo degli integrali dipendenti da un parametro p. 238  
Esercizi p. 239

§ 1. Integrale curvilineo p. 246 — § 2. Calcolo dell'integrale curvilineo p. 249 — § 3. Formula di Green p. 257 — § 4. Condizioni affinché un integrale curvilineo non dipenda dal percorso d'integrazione p. 259 — § 5. Integrale di superficie p. 265 — § 6. Calcolo degli integrali di superficie p. 267 — § 7. Formula di Stokes p. 269 — § 8. Formula di Ostrogradskij p. 275 — § 9. Operatore hamiltoniano ed alcune sue applicazioni p. 278  
Esercizi p. 281

§ 1. Serie. Somma di una serie p. 288 — § 2. Condizione necessaria per la convergenza di una serie p. 291 — § 3. Confronto di serie a termini positivi p. 294 — § 4. Criterio di D'Alembert p. 296 — § 5. Criterio di Cauchy p. 300 — § 6. Criterio integrale di convergenza di una serie p. 302 — § 7. Serie a termini di segni alterni. Teorema di Leibniz p. 305 — § 8. Serie a termini di segno qualsiasi. Convergenza assoluta e semiconvergenza p. 307 — § 9. Serie di funzioni p. 311 — § 10. Serie maggiorabili p. 312 — § 11. Continuità della somma di una serie p. 315 — § 12. Integrazione e derivazione delle serie p. 317 — § 13. Serie di potenze. Intervallo di convergenza p. 321 — § 14. Derivazione della serie di potenze p. 325 — § 15. Serie di potenze di  $x - a$  p. 327 — § 16. Serie di Taylor e di Maclaurin p. 328 — § 17. Esempi di sviluppo in serie di funzioni p. 330 — § 18. Formula di Eulero p. 332 — § 19. Serie binomiale p. 333 — § 20. Sviluppo della funzione  $\ln(1+x)$  in serie di potenze. Calcolo dei logaritmi p. 335 — § 21. Calcolo degli integrali definiti mediante le serie p. 337 — § 22. Integrazione di equazioni differenziali mediante le serie p. 339 — § 23. Equazione di Bessel p. 342 — § 24. Serie a termini complessi p. 347 — § 25. Serie di potenze di una variabile complessa p. 349 — § 26. Soluzione di equazioni differenziali del primo ordine col metodo delle approssimazioni successive (metodo d'iterazione) p. 351 — § 27. Dimostrazione dell'esistenza della soluzione di una equazione differenziale. Valutazione dell'errore di una soluzione approssimata p. 353 — § 28. Teorema d'unicità della soluzione dell'equazione differenziale p. 358  
Esercizi p. 360

§ 1. Definizione. Impostazione del problema p. 370 — § 2. Esempi di sviluppo delle funzioni in serie di Fourier p. 375 — § 3. Una osservazione sullo sviluppo delle funzioni periodiche in serie di Fourier p. 380 — § 4. Serie di Fourier delle funzioni pari e dispari p. 383 — § 5. Serie di Fourier delle funzioni di periodo  $2l$  p. 385 — § 6. Sullo sviluppo in serie di Fourier di una funzione non periodica p. 386 — § 7. Approssimazione media di una funzione data per mezzo di un polinomio trigonometrico p. 388 — § 8. Integrale di Dirichlet p. 394 — § 9. Convergenza di una serie di Fourier in un punto dato p. 397 — § 10. Qualche condizione sufficiente per la convergenza di una serie di Fourier p. 398 — § 11. Analisi armonica pratica p. 401 — § 12. Serie di Fourier in forma complessa p. 402 — § 13. Integrale di Fourier p. 405 — § 14. Integrale di Fourier in forma complessa p. 409 — § 15. Serie di Fourier secondo un sistema ortogonale di funzioni p. 411 — § 16. Nozione di spazio funzionale lineare. Analogia tra lo sviluppo delle funzioni in serie di Fourier e la scomposizione dei vettori p. 414  
Esercizi p. 418

§ 1. Principali tipi di equazioni della fisica matematica p. 421 — § 2. Equazione di una corda vibrante. Formulazione del problema ai limiti. Equazione delle oscillazioni elettriche in un conduttore p. 422 — § 3. Soluzione dell'equazione delle corde vibranti con il metodo di separazione delle variabili (metodo di Fourier) p. 426 — § 4. Equazione della propagazione del calore in una sbarra. Formulazione del problema ai limiti p. 429 — § 5. Propagazione del calore nello spazio p. 431 — § 6. Soluzione del primo problema ai limiti per l'equazione della conduzione termica con il metodo delle differenze finite p. 435 — § 7. Propagazione del calore in una sbarra infinita p. 438 — § 8. Problemi che portano allo studio delle soluzioni dell'equazione di Laplace. Formulazione dei problemi ai limiti p. 443 — § 9. Equazione di Laplace in coordinate cilindriche. Soluzione del problema di Dirichlet per una corona a valori costanti della funzione cercata sulle circonferenze interna ed esterna p. 448 — § 10. Soluzione del problema di Dirichlet per il cerchio p. 450 — § 11. Soluzione del problema di Dirichlet con il metodo delle differenze finite p. 454  
Esercizi p. 456

§ 1. Funzione originale e sua immagine p. 461 — § 2. Immagine delle funzioni  $\sigma_p(t)$ ,  $\sin t$ ,  $\cos t$  p. 463 — § 3. Immagine di una funzione a scala modificata della variabile indipendente. Immagine delle funzioni  $\sin at$ ,  $\cos at$  p. 465 — § 4. Proprietà di linearità dell'immagine p. 466 — § 5. Teorema dello spostamento p. 468 — § 6. Immagine delle funzioni  $e^{-at}$ ,  $\sinh at$ ,  $\cosh at$ ,  $e^{-iat} \sin at$ ,  $e^{-iat} \cos at$  p. 467 — § 7. Derivazione dell'immagine p. 468 — § 8. Immagine delle derivate p. 470 — § 9. Elenco di immagini p. 471 — § 10. Equazione ausiliaria per un'equazione differenziale data p. 473 — § 11. Teorema della scomposizione p. 477 — § 12. Esempi di soluzione delle equazioni differenziali e dei sistemi di equazioni differenziali con il metodo del calcolo operatorio p. 479 — § 13. Teorema della convoluzione p. 481 — § 14. Equazioni

zioni differenziali delle oscillazioni meccaniche. Equazioni differenziali della teoria dei circuiti elettrici p. 484 — § 15. Soluzione dell'equazione differenziale delle oscillazioni p. 485 — § 16. Studio delle oscillazioni libere p. 487 — § 17. Studio delle oscillazioni meccaniche ed elettriche nel caso di una forza esterna periodica p. 487 — § 18. Soluzione dell'equazione delle oscillazioni nel caso della risonanza p. 490 — § 19. Teorema del ritardo p. 491 — § 20. La funzione delta e la sua immagine p. 492  
Esercizi p. 496

## XX. Elementi di calcolo delle probabilità e di statistica matematica

§ 1. Evento aleatorio. Frequenza relativa di un evento aleatorio. Probabilità di un evento aleatorio. Oggetto del calcolo delle probabilità p. 498 — § 2. Definizione classica della probabilità e calcolo diretto delle probabilità p. 501 — § 3. Somma delle probabilità. Eventi aleatori contrari p. 504 — § 4. Prodotto delle probabilità di eventi indipendenti p. 507 — § 5. Eventi dipendenti. Probabilità condizionata. Probabilità totale p. 509 — § 6. Probabilità delle ipotesi. Formula di Bayes p. 513 — § 7. Variabile aleatoria discreta. Legge di distribuzione di una variabile aleatoria discreta p. 516 — § 8. Frequenza relativa e probabilità della frequenza relativa nel corso di prove ripetute p. 520 — § 9. Speranza matematica di una variabile aleatoria discreta p. 525 — § 10. Dispersione. Scarto quadratico medio. Nozione di momento p. 530 — § 11. Funzioni di variabili aleatorie p. 534 — § 12. Variabile aleatoria continua. Densità di distribuzione di una variabile aleatoria continua. Probabilità che una variabile aleatoria appartenga ad un dato intervallo p. 536 — § 13. Funzione di distribuzione o legge integrale di distribuzione. Legge di distribuzione uniforme delle probabilità p. 539 — § 14. Caratteristiche numeriche di una variabile aleatoria continua p. 544 — § 15. Legge normale di distribuzione. Speranza matematica della distribuzione normale p. 547 — § 16. Dispersione e scarto quadratico medio di una variabile aleatoria che obbedisce alla legge di distribuzione normale p. 549 — § 17. Probabilità d'appartenenza di un valore della variabile aleatoria ad un intervallo dato. Funzione di Laplace. Funzione integrale di distribuzione per la legge normale p. 551 — § 18. Deviazione probabile (mediana) o errore mediano p. 556 — § 19. Espressione della legge normale di distribuzione in funzione della deviazione mediana. Funzione ridotta di Laplace p. 558 — § 20. Regola dei tre sigma. Scala delle probabilità di distribuzione degli errori p. 559 — § 21. Errore aritmetico medio p. 561 — § 22. Misura di precisione. Relazioni tra le caratteristiche di distribuzione degli errori p. 562 — § 23. Variabile aleatoria bidimensionale p. 563 — § 24. Legge normale di distribuzione nel piano p. 567 — § 25. Probabilità che una variabile aleatoria bidimensionale normalmente distribuita appartenga ad un rettangolo di lati paralleli agli assi principali di dispersione p. 569 — § 26. Probabilità che una variabile aleatoria bidimensionale prenda un valore appartenente all'ellisse di dispersione p. 571 — § 27. Problemi di statistica matematica. Materiale statistico p. 573 — § 28. Serie statistica. Istogramma p. 574 — § 29. Determinazione del valore accettabile di una grandezza misurata p. 577 — § 30. Valutazione dei parametri della legge di distribuzione. Teorema di Ljapunov. Teorema di Laplace p. 578  
Esercizi p. 582

## XXI. Matrici. Scrittura matriciale dei sistemi e delle soluzioni dei sistemi di equazioni differenziali lineari

§ 1. Trasformazioni lineari. Matrici p. 586 — § 2. Definizioni generali inerenti alla nozione di matrice p. 590 — § 3. Trasformazione inversa p. 592 — § 4. Operazioni sulle matrici. Addizione di matrici p. 594 — § 5. Trasformazione di un vettore in un altro vettore per mezzo di una matrice p. 598 — § 6. Matrice inversa p. 599 — § 7. Calcolo della matrice inversa p. 601 — § 8. Scrittura matriciale di un sistema d'equazioni lineari e delle soluzioni di un sistema di equazioni lineari p. 603 — § 9. Soluzione di un sistema d'equazioni lineari con il metodo matriciale p. 604 — § 10. Applicazioni ortogonali. Matrici ortogonali p. 607 — § 11. Autovettore di una trasformazione lineare p. 610 — § 12. Matrice di una trasformazione lineare per la quale i vettori di base sono gli autovettori p. 613 — § 13. Trasformazione della matrice di una trasformazione lineare quando si passa da una base ad un'altra p. 615 — § 14. Forme quadratiche e loro trasformazioni p. 618 — § 15. Rango di una matrice. Esistenza delle soluzioni di un sistema d'equazioni lineari p. 619 — § 16. Derivazione ed integrazione di matrici p. 621 — § 17. Scrittura matriciale di un sistema di equazioni differenziali e delle soluzioni di un sistema di equazioni differenziali a coefficienti costanti p. 623 — § 18. Scrittura matriciale di un'equazione lineare di ordine  $n$  p. 629 — § 19. Soluzione dei sistemi di equazioni differenziali lineari a coefficienti variabili con il metodo delle approssimazioni successive ed utilizzando la scrittura matriciale p. 630  
Esercizi p. 634

637

Appendici

642

Indice analitico