

Nikolaj S. Piskunov

Calcolo differenziale e integrale

Volume primo

Editori Riuniti Edizioni Mir

Indice

9 I. Numeri, variabili, funzioni

§ 1. Numeri reali. Rappresentazione dei numeri reali con i punti di un asse numerico p. 9 — § 2. Valore assoluto di un numero reale p. 11 — § 3. Grandezze variabili e costanti p. 12 — § 4. Campo di definizione di una variabile p. 13 — § 5. Variabile ordinata. Variabile crescente e variabile decrescente. Variabile limitata p. 14 — § 6. Funzione p. 15 — § 7. Modi d'espressione delle funzioni p. 17 — § 8. Funzioni elementari principali. Funzioni elementari p. 19 — § 9. Funzioni algebriche p. 25 — § 10. Sistema di coordinate polari p. 26 — Esercizi p. 28.

30 II. Limite e continuità delle funzioni

§ 1. Limite di una grandezza variabile. Grandezza variabile infinita p. 30 — § 2. Limite di una funzione p. 33 — § 3. Funzioni tendenti all'infinito. Funzioni limitate p. 37 — § 4. Infinitesimi e loro proprietà fondamentali p. 41 — § 5. Teoremi fondamentali sui limiti p. 44 — § 6. Limite della funzione $\frac{\sin x}{x}$ per $x \rightarrow 0$ p. 48 — § 7. Il numero e p. 50 — § 8. Logaritmi neperiani p. 55 — § 9. Continuità delle funzioni p. 56 — § 10. Proprietà delle funzioni continue p. 61 — § 11. Confronto degli infinitesimi p. 64 — Esercizi p. 66.

71 III. Derivata e differenziale

§ 1. Velocità p. 71 — § 2. Definizione di derivata p. 73 — § 3. Interpretazione geometrica della derivata p. 75 — § 4. Funzioni derivabili p. 77 — § 5. Derivata della funzione $y = x^n$ per n intero e positivo p. 79 — § 6. Derivate delle funzioni $y = \sin x$; $y = \cos x$ p. 81 — § 7. Derivata di una costante, di un prodotto di una costante per una funzione, di una somma, di un prodotto e di un quoziente p. 82 — § 8. Derivata di una funzione logaritmica p. 86 — § 9. Derivata di una funzione composta p. 87 — § 10. Derivate delle funzioni $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{cotg} x$; $y = \ln |x|$ p. 90 — § 11. Funzione implicita e sua derivata p. 91 — § 12. Derivata di una funzione potenza quando l'esponente è un numero reale qualunque. Derivata della funzione esponenziale e della funzione esponenziale composta p. 93 — § 13. Funzione inversa e sua derivata p. 96 — § 14. Funzioni trigonometriche inverse e loro derivata p. 100 — § 15. Tabella delle principali formule di deriva-

zione p. 105 — § 16. Funzioni date in forma parametrica p. 105 — § 17. Equazioni parametriche di alcune curve p. 108 — § 18. Derivata di una funzione data in forma parametrica p. 112 — § 19. Funzioni iperboliche p. 114 — § 20. Differenziale p. 117 — § 21. Interpretazione geometrica del differenziale p. 121 — § 22. Derivate di differenti ordini p. 122 — § 23. Differenziali di differenti ordini p. 125 — § 24. Derivate di differenti ordini di funzioni implicite e di funzioni date in forma parametrica p. 126 — § 25. Interpretazione meccanica della derivata seconda p. 129 — § 26. Equazioni della tangente e della normale. Lunghezze della sottotangente e della sottonormale p. 130 — § 27. Interpretazione geometrica della derivata del raggio vettore rispetto all'angolo polare p. 133 — Esercizi p. 135.

146 IV. Teoremi relativi alle funzioni derivabili

§ 1. Teorema relativo alle radici della derivata (teorema di Rolle) p. 146 — § 2. Teorema sugli incrementi finiti (teorema di Lagrange) p. 148 — § 3. Teorema di Cauchy (rapporto degli incrementi di due funzioni) p. 150 — § 4. Limite del rapporto tra due infinitesimi (vero valore delle indeterminazioni di tipo $\frac{0}{0}$) p. 151 — § 5. Limite del rapporto tra due quantità infinitamente grandi (vero valore delle indeterminazioni di tipo $\frac{\infty}{\infty}$) p. 153 — § 6. Formula di Taylor p. 158 — § 7. Sviluppo delle funzioni e^x , $\sin x$, $\cos x$ mediante la formula di Taylor p. 162 — Esercizi p. 165.

170 V. Studio della variazione delle funzioni

§ 1. Impostazione del problema p. 170 — § 2. Funzioni crescenti e decrescenti p. 171 — § 3. Massimo e minimo di una funzione p. 173 — § 4. Schema di studio del massimo e del minimo di una funzione derivabile mediante la derivata prima p. 179 — § 5. Studio del massimo e del minimo di una funzione mediante la derivata seconda p. 183 — § 6. Il più grande e il più piccolo valore di una funzione su un segmento p. 187 — § 7. Applicazione della teoria del massimo e del minimo delle funzioni alla soluzione di problemi p. 189 — § 8. Studio dei massimi e dei minimi di una funzione mediante la formula di Taylor p. 191 — § 9. Convessità e concavità delle curve. Punti di flesso p. 193 — § 10. Asintoti p. 201 — § 11. Schema generale dello studio di una funzione e costruzione del suo grafico p. 206 — § 12. Studio di curve date in forma parametrica p. 211 — Esercizi p. 216.

222 VI. Curvatura di una curva

§ 1. Lunghezza di un arco e sua derivata p. 222 — § 2. Curvatura p. 224 — § 3. Calcolo della curvatura p. 227 — § 4. Calcolo della curvatura di curve date in forma parametrica p. 229 — § 5. Calcolo della curvatura di curve espresse in coordinate polari p. 230 — § 6. Raggio di curvatura. Centro di curvatura. Cerchio osculatore. Evoluta ed evolvente p. 232 — § 7. Proprietà dell'evolvente p. 237 — § 8. Calcolo approssimato delle radici reali di un'equazione p. 241 — Esercizi p. 247.

VII. Numeri complessi. Polinomi

§ 1. Numeri complessi. Definizioni p. 250 — § 2. Operazioni sui numeri complessi p. 252 — § 3. Innalzamento a potenza ed estrazione della radice di un numero complesso p. 255 — § 4. Funzione esponenziale ad esponente complesso e sue proprietà p. 258 — § 5. Formula di Eulero. Forma esponenziale di un numero complesso p. 261 — § 6. Scomposizione in fattori di un polinomio p. 263 — § 7. Radici multiple di un polinomio p. 266 — § 8. Scomposizione in fattori di un polinomio nel caso di radici complesse p. 267 — § 9. Interpolazione. Formula d'interpolazione di Lagrange p. 269 — § 10. Formula d'interpolazione di Newton p. 271 — § 11. Derivazione numerica p. 273 — § 12. Migliore approssimazione di una funzione mediante polinomi. Teoria di Cebyscev p. 273 — Esercizi p. 275.

VIII. Funzioni di più variabili

§ 1. Definizione delle funzioni di più variabili p. 277 — § 2. Rappresentazione geometrica di una funzione di due variabili p. 281 — § 3. Incremento parziale ed incremento totale di una funzione p. 282 — § 4. Continuità delle funzioni di più variabili p. 283 — § 5. Derivate parziali di una funzione di più variabili p. 287 — § 6. Interpretazione geometrica delle derivate parziali di una funzione di due variabili p. 288 — § 7. Incremento totale e differenziale totale p. 289 — § 8. Uso del differenziale totale nei calcoli approssimati p. 293 — § 9. Uso del differenziale per valutare l'errore commesso nei calcoli numerici p. 295 — § 10. Derivata di una funzione composta. Derivata totale. Differenziale totale di una funzione composta p. 298 — § 11. Derivata di una funzione implicita p. 302 — § 12. Derivate parziali di ordine superiore p. 305 — § 13. Superficie di livello p. 309 — § 14. Derivata secondo una direzione data p. 311 — § 15. Gradiente p. 314 — § 16. Formula di Taylor per una funzione di due variabili p. 317 — § 17. Massimo e minimo di una funzione di più variabili p. 319 — § 18. Massimi e minimi di funzioni di più variabili subordinate a date equazioni (massimi e minimi condizionati) p. 328 — § 19. Dipendenza funzionale ottenuta in base a dati sperimentali con il metodo dei minimi quadrati p. 333 — § 20. Punti singolari di una curva p. 338 — Esercizi p. 344.

IX. Applicazione del calcolo differenziale alla geometria dello spazio

§ 1. Equazioni di una curva nello spazio p. 349 — § 2. Limite e derivata di una funzione vettoriale di una variabile scalare indipendente. Equazione della tangente a una curva. Equazione del piano normale p. 352 — § 3. Regole di derivazione dei vettori (delle funzioni vettoriali) p. 359 — § 4. Derivate prima e seconda di un vettore rispetto alla lunghezza dell'arco. Curvatura di una curva. Normale principale. Velocità ed accelerazione nel moto curvilineo p. 361 — § 5. Piano osculatore. Binormale. Torsione di una curva sghemba p. 370 — § 6. Piano tangente e normale ad una superficie p. 374 — Esercizi p. 379.

X. Integrale indefinito

§ 1. Primitiva ed integrale indefinito p. 381 — § 2. Tabella d'integrali p. 384 — § 3. Qualche proprietà dell'integrale indefinito p. 385 — § 4. Integrazione per sostituzione p. 388 — § 5. Integra-

zione di alcune funzioni contenenti un trinomio di secondo grado p. 390 — § 6. Integrazione per parti p. 393 — § 7. Frazioni razionali. Frazioni razionali elementari e loro integrazione p. 397 — § 8. Scomposizione delle frazioni razionali in elementi semplici p. 401 — § 9. Integrazione delle frazioni razionali p. 405 — § 10. Integrazione delle funzioni irrazionali p. 408 — § 11. Integrali del tipo $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ p. 409 — § 12. Integrazione di alcune classi di funzioni trigonometriche p. 413 — § 13. Integrazione di alcune funzioni irrazionali mediante trasformazioni trigonometriche p. 417 — § 14. Funzioni i cui integrali non possono essere espressi con funzioni elementari p. 419 — Esercizi p. 420.

433 XI. Integrale definito

§ 1. Impostazione del problema. Somme integrali inferiore e superiore p. 433 — § 2. Integrale definito. Teorema d'esistenza dell'integrale definito p. 435 — § 3. Proprietà fondamentali dell'integrale definito p. 447 — § 4. Calcolo dell'integrale definito. Formula di Newton — Leibniz p. 451 — § 5. Sostituzione di variabile nell'integrale definito p. 456 — § 6. Integrazione per parti p. 458 — § 7. Integrali generalizzati p. 460 — § 8. Calcolo approssimato degli integrali definiti p. 469 — § 9. Formula di Cebyscev p. 474 — § 10. Integrali dipendenti da un parametro. Funzione gamma p. 478 — § 11. Integrazione di una funzione complessa di variabile reale p. 482 — Esercizi p. 483.

488 XII. Applicazioni geometriche e meccaniche degli integrali definiti

§ 1. Calcolo delle aree in coordinate ortogonali p. 488 — § 2. Area di un settore curvilineo in coordinate polari p. 491 — § 3. Lunghezza di un arco di curva p. 493 — § 4. Calcolo del volume di un corpo per sezioni ortogonali p. 499 — § 5. Volume di un solido di rivoluzione p. 501 — § 6. Area di una superficie di rivoluzione p. 502 — § 7. Calcolo del lavoro mediante integrale definito p. 504 — § 8. Coordinate del baricentro p. 506 — § 9. Calcolo del momento d'inerzia di una curva, di un cerchio e di un cilindro mediante integrale definito p. 509 — Esercizi p. 511.

517 Indice analitico.