

Emilio Acerbi • Giuseppe Buttazzo

analisi matematica
ABC

1. funzioni di una variabile



Pitagora Editrice Bologna

Indice

Presentazione	v
Indice	vii
Capitolo 1 - Matematica preuniversitaria	1
1.1 - Logica e insiemistica	1
1.2 - Funzioni generiche	2
1.3 - Proprietà elementari dei numeri	3
1.4 - Coordinate e angoli	4
1.5 - Funzioni reali e funzioni elementari	4
Esercizi relativi al capitolo 1	9
Capitolo 2 - Insiemi numerici	15
2.1 - Numeri naturali e principio di induzione	17
2.2 - Calcolo combinatorio	25
2.3 - Elementi di calcolo delle probabilità	28
2.4 - Numeri interi, razionali, reali	29
2.5 - L'estremo superiore	32
2.6 - Intervalli di numeri reali	40
2.7 - Terminologia sulle funzioni	41
2.8 - Il valore assoluto	44
2.9 - Numeri complessi	49
Esercizi relativi al capitolo 2	60

Appendice al capitolo 2	65
2.1 - Somma delle potenze degli interi	65
2.2 - Definizioni per induzione	66
2.3 - Una osservazione non banale	68
2.4 - Formule di duplicazione ... e oltre	69
Capitolo 3 - Funzioni continue e limiti	71
3.1 - Funzioni continue	71
3.2 - Prime proprietà delle funzioni continue	76
3.3 - Funzioni continue su un intervallo	79
3.4 - Briciole di topologia	84
3.5 - Limiti di funzioni	86
3.6 - Prime proprietà dei limiti	92
3.7 - Limiti fondamentali e limiti della composizione	99
3.8 - Monotonia e limiti	104
3.9 - Successioni	105
3.10 - Teoremi sui limiti di successioni	109
3.11 - Infinitesimi	112
Esercizi relativi al capitolo 3	118
Appendice al capitolo 3	125
3.1 - Successioni, limiti, continuità	125
3.2 - Funzioni lipschitziane	125
3.3 - Il metodo di bisezione	128
3.4 - Una generalizzazione del teorema di Weierstrass	129
3.5 - Una osservazione sui punti di accumulazione	130
3.6 - Dimostrazione di alcune relazioni di limite	130
3.7 - Continuità e successioni	131
3.8 - La velocità del fattoriale	131
3.9 - Una successione monotona	132
Capitolo 4 - Derivate	135
4.1 - Definizione di derivata e prime proprietà	136
4.2 - Operazioni algebriche sulle derivate	139
4.3 - Interpretazioni del concetto di derivata	146
4.4 - Derivate e proprietà locali delle funzioni	151
4.5 - Teoremi di Rolle e di Lagrange	153
4.6 - Forme indeterminate e sviluppi asintotici	162
4.7 - Studio qualitativo delle funzioni	175
Esercizi relativi al capitolo 4	179
Appendice al capitolo 4	187
4.1 - Formula di Leibniz per le derivate successive	187
4.2 - Punti di minimo o massimo agli estremi	188

4.3 - Funzioni convesse	189
4.4 - Una funzione senza primitive	193
4.5 - Il teorema di Cauchy	194
4.6 - Una funzione con tutte le derivate nulle in un punto	195
4.7 - Teorema dell'asintoto	196
4.8 - Studio di successioni definite per induzione	198
Capitolo 5 - Integrali e serie	203
5.1 - Introduzione all'integrale	203
5.2 - Definizione di integrale e prime proprietà	208
5.3 - Primitive	215
5.4 - Metodi di integrazione	221
5.5 - Integrali generalizzati	228
5.6 - Serie numeriche	235
5.7 - Criteri di convergenza per serie	238
Esercizi relativi al capitolo 5	249
Appendice al capitolo 5	256
5.1 - Integrazione di funzioni limitate	256
5.2 - Esistenza dell'integrale per funzioni continue	257
5.3 - La derivata delle funzioni integrali	258
5.4 - Cambiamento dei differenziali e cambiamento di misura della lunghezza	259
5.5 - Integrazione di alcune funzioni razionali	260
5.6 - Un esempio di confronto asintotico sbagliato	263
5.7 - Cos'è la funzione esponenziale?	264
5.8 - Una formula anomala è invece del tutto normale	264
5.9 - Dimostrazione del criterio di Leibniz	265
Capitolo 6 - Cenni sulle equazioni differenziali	267
6.1 - Generalità	267
6.2 - Equazioni lineari del primo ordine	270
6.3 - Equazioni a variabili separabili	272
6.4 - Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti	277
6.5 - Sistemi di equazioni differenziali	283
Esercizi relativi al capitolo 6	286
Appendice al capitolo 6	288
6.1 - Equazioni differenziali: esistenza e unicità	288
6.2 - Il metodo di variazione delle costanti	289
6.3 - Equazioni e sistemi di ordine superiore	290
Lista dei simboli	295
Indice analitico	296