

Mariano Giaquinta
Giuseppe Modica

ANALISI MATEMATICA

1. *Funzioni di una variabile*

Indice

1. Numeri, Funzioni Elementari e loro Grafici	1
1 Numeri reali	1
Proprietà dei numeri reali	2
Valore assoluto	5
Radici quadrate ed equazioni di secondo grado	5
Numeri razionali	7
Radice n -esima	8
Intervalli	8
Distanza	9
2 Il piano cartesiano	10
2.1 Riferimento nel piano	10
Riferimento cartesiano sulla retta	10
Riferimento cartesiano nel piano	11
Traslazioni	13
Cambiamenti di riferimento	13
Simmetrie	14
Rotazioni	15
Relazioni, grafici e geometria elementare	15
2.2 Il piano cartesiano	16
Prodotto scalare e perpendicolarità	17
2.3 Rette e coniche	18
Il cerchio	18
Equazione parametrica della retta	19
Equazione implicita della retta	20
Parabola	21
Polinomi di secondo grado	22
Parabola in coordinate polari	22
Ellisse	23
Eccentricità	24
Ellisse in coordinate polari	24
Iperbole	25
Asintoti	27
Iperbole in coordinate polari	27
Iperbole equilatera	28

3	Funzioni elementari	29
	Grafico di una funzione	30
	Funzioni surgettive, iniettive	30
3.1	Funzioni di variabile reale a valori reali	31
	Funzioni pari e dispari	33
3.2	Funzioni trigonometriche	34
	Seno e coseno	34
	Risoluzione dei triangoli	38
	Tangente	38
	Cotangente	39
3.3	Operazioni sulle funzioni	39
	Composizione di funzioni	39
	Funzione inversa	40
	Grafico dell'inversa	41
3.4	Funzioni trigonometriche inverse	42
	Arcoseno	42
	Arcocoseno	43
	Arcotangente	43
	Arcocotangente	44
3.5	Funzione esponenziale e logaritmo	44
	Esponenziale	44
	Logaritmo	45
3.6	Coordinate logaritmiche	46
4	Esercizi	48
II.	Limiti e Continuità	53
1	Limiti	53
1.1	Limiti finiti	54
	Definizione	54
	Proprietà del passaggio al limite	57
	Dal limite alla funzione	61
	Il calcolo dei limiti	62
1.2	Limiti infiniti	64
	Retta reale estesa	67
1.3	Limiti all'infinito	68
1.4	Limiti di funzioni monotone	70
2	Funzioni continue	72
2.1	Funzioni continue su un intervallo	74
	Surgettività delle funzioni continue	75
	Continuità della funzione inversa	77
2.2	Continuità di alcune funzioni elementari	78
2.3	Il teorema di Weierstrass	80
3	Esercizi	84

III. Le Idee del Calcolo	87
1 Il calcolo differenziale	87
1.1 La derivata	88
Significato geometrico della derivata	89
Retta tangente al grafico	90
Funzioni non derivabili	91
1.2 Tassi di variazione	92
Cinematica	93
Derivata logaritmica	94
Elasticità	95
1.3 Il differenziale	95
1.4 I teoremi di Fermat e Lagrange	96
Crescenza e decrescenza	100
2 L'integrale	102
2.1 L'integrale di Riemann	103
Il metodo di esaurimento rivisitato	103
Somma degli effetti totali di un processo	104
L'integrale di Riemann	105
Proprietà dell'integrale	108
Additività dell'integrale rispetto al dominio	110
2.2 Classi di funzioni integrabili secondo Riemann	111
Funzioni monotone	111
Funzioni continue	113
3 Il teorema fondamentale del calcolo	114
Valor medio o media integrale	114
Funzione integrale e teorema fondamentale	116
Primitive	118
4 Il Calcolo: qualche notizia	121
I due problemi fondamentali	122
Il problema dei fondamenti	125
5 Esercizi	127
IV. Il Calcolo delle Derivate e degli Integrali	133
1 Il calcolo delle derivate	133
1.1 Derivate di funzioni elementari	133
1.2 Regole di derivazione	137
Derivate di somme, prodotti e rapporti	139
Derivazione di funzioni composte	139
Derivata della funzione inversa	142
1.3 Derivate successive	144
Derivate successive della funzione inversa	147
2 Qualche equazione differenziale	148
Decadimento radioattivo	148
Raffreddamento Newtoniano	149
Leggi a potenza	149

	Equazione logistica	150
	Moto armonico semplice	151
	L'equazione $y'' - \omega^2 y = 0$	152
3	Localizzazione delle radici reali di un polinomio	153
4	Funzioni convesse	155
5	Integrali e primitive	159
5.1	Il calcolo degli integrali definiti	159
	Integrazione per parti	160
	Integrazione per sostituzione	160
5.2	La ricerca delle primitive	161
	Una tabella di integrali indefiniti	161
	Integrazione per parti	162
	Integrazione per sostituzione	164
	Integrazione di funzioni razionali	165
	Sostituzioni razionalizzanti	168
6	Una definizione delle funzioni trigonometriche, logaritmo e esponenziale	170
7	Integrali generalizzati	175
7.1	L'integrale per funzioni positive	175
	Funzioni positive integrabili e sommabili	176
	Funzioni sommabili	179
7.2	L'integrale per funzioni di segno variabile	182
7.3	L'integrale improprio	187
8	Esercizi	189
V.	Il Calcolo: Sviluppi Asintotici e Disuguaglianze	195
1	La Formula di Taylor	195
1.1	Formula di Taylor con resto integrale	196
1.2	Formula di Taylor con resto di Peano	199
	Le notazioni di Landau $f = o(g)$, $f = O(g)$, $f \sim g$	201
1.3	Il calcolo degli sviluppi	204
2	Sviluppi asintotici	207
3	Il calcolo dei limiti	209
3.1	I teoremi di de l'Hôpital	209
3.2	Il calcolo dei limiti	212
4	Qualche disuguaglianza	214
	Disuguaglianza di Bernoulli	215
	Binomio di Newton	217
	Disuguaglianza di Cauchy	217
	Disuguaglianza di Young	218
	Disuguaglianza di Clarkson	220
	Disuguaglianza di Jensen	220
	Medie discrete	222
5	Grafici di funzioni	228
6	Esercizi	232

VI. Verso le Equazioni Differenziali e i Principi di Minimo	241
1 Equazioni differenziali ordinarie	241
1.1 Le leggi di Newton	241
1.2 Alcuni fatti elementari	242
1.3 Equazioni differenziali lineari del primo ordine	244
Caso omogeneo	245
Caso non omogeneo	246
1.4 Equazioni del secondo ordine a coefficienti costanti	247
Caso omogeneo	247
Caso non omogeneo	250
1.5 Vibrazioni lineari	252
Oscillazioni libere	252
Circuito RLC	258
2 Equazioni del primo ordine a variabili separabili	259
2.1 La ricerca delle soluzioni	262
3 Moto unidimensionale	266
3.1 Il pendolo	269
3.2 Moto circolare uniforme	270
3.3 Moti centrali	273
Traiettoria del moto	276
Campo gravitazionale e leggi di Keplero	278
4 Problemi di ottimizzazione	280
4.1 Principi di minimo	281
Triangoli	281
Il principio di Erone	282
Il principio di Fermat	282
4.2 Metodi indiretti e diretti	285
4.3 Proprietà focali delle coniche	289
Parabola	291
Ellisse	292
Iperbole	293
4.4 Problemi isoperimetrici elementari	294
Il triangolo isoperimetrico	294
Poligoni isoperimetrici	296
Proprietà isoperimetrica del cerchio	299
4.5 Poliedri nello spazio	301
4.6 Connessioni minime	305
Il problema di Steiner	305
Reti di Steiner	309
4.7 Grafi	311
Cammini di lunghezza minima in un grafo	311
Il principio di ottimalità	312
L'algoritmo di Dijkstra	313
Grafi e vincoli	314
I ponti di Königsberg	314

5	Esercizi	315
A.	Matematici e Altri Scienziati Citati.....	319
B.	Nota Bibliografica	323
C.	Indice dei quadri	325