

**12**

**E. G. PHILLIPS**

**FUNZIONI DI  
UNA VARIABILE  
COMPLESSA**

**CREMONESE - ROMA**

## I N D I C E

|                             |          |
|-----------------------------|----------|
| <i>Prefazione</i> . . . . . | Pag. VII |
|-----------------------------|----------|

### CAPITOLO I

#### FUNZIONI DI UNA VARIABILE COMPLESSA

|  |        |
|--|--------|
| 1. Numeri complessi . . . . .                                | Pag. 1 |
| 2. Numeri complessi coniugati . . . . .                      | » 4    |
| 3. Rappresentazione geometrica dei numeri complessi          | » 5    |
| 4. Insiemi di punti nel piano di Argand-Gauss . . . . .      | » 8    |
| 5. Funzioni di una variabile complessa. Continuità . . . . . | » 10   |
| 6. Derivabilità . . . . .                                    | » 11   |
| 7. Funzioni olomorfe . . . . .                               | » 12   |
| 8. Serie di potenze. Le funzioni elementari . . . . .        | » 19   |
| 9. Funzioni plurivoche . . . . .                             | » 29   |
| Esercizi I . . . . .   | » 33   |

### CAPITOLO II

#### LA RAPPRESENTAZIONE CONFORME

|  |      |
|--|------|
| 10. Trasformazioni isogoniche e conformi . . . . .   | » 37 |
| 11. Funzioni armoniche . . . . .                     | » 43 |
| 12. Ingrandimento superficiale . . . . .             | » 45 |
| 13. La trasformazione bilineare . . . . .            | » 46 |
| 14. Inversione per raggi vettori reciproci . . . . . | » 50 |
| 15. Punti critici . . . . .                          | » 52 |
| 16. Fasci di circonferenze . . . . .                 | » 53 |

|   |      |    |
|---|------|----|
| 17. Invarianza del birapporto . . . . .                   | Pag. | 56 |
| 18. Alcune particolari trasformazioni di Möbius . . . . . | *    | 59 |
| Esercizi II . . . . .                                     | *    | 63 |

## CAPITOLO III

## ALCUNE TRASFORMAZIONI PARTICOLARI

|  |   |    |
|--|---|----|
| 19. Introduzione . . . . .   | * | 67 |
| 20. Le trasformazioni $w = z^n$ . . . . .                                  | * | 69 |
| 21. Ulteriori considerazioni su $w = z^k$ . . . . .                        | * | 70 |
| 22. La trasformazione $w = \sqrt{z}$ . . . . .                             | * | 72 |
| 23. La trasformazione $w = \operatorname{tg}^2 \frac{1}{4}\pi z$ . . . . . | * | 74 |
| 24. Combinazioni di $w = z^\alpha$ con trasformazioni di Möbius            | * | 76 |
| 25. Trasformazioni esponenziali e logaritmiche . . . . .                   | * | 81 |
| 26. Trasformazioni che coinvolgono coniche omofocali .                     | * | 83 |
| 27. La trasformazione $z = c \operatorname{sen} w$ . . . . .               | * | 85 |
| 28. Il profilo di Joukowski. . . . .                                       | * | 87 |
| 29. Tabulazione di alcune trasformazioni importanti . .                    | * | 89 |
| Esercizi III . . . . .   | * | 93 |

## CAPITOLO IV

## IL CALCOLO INTEGRALE COMPLESSO

|   |   |     |
|---|---|-----|
| 30. Integrazione complessa . . . . .                                  | * | 99  |
| 31. Una maggiorazione per un integrale di contorno .                  | * | 103 |
| 32. Il teorema di Cauchy . . . . .                                    | * | 103 |
| 33. Integrale di Cauchy e derivate di una funzione olo-morfa. . . . . | * | 108 |
| 34. Il teorema di Taylor. . . . .                                     | * | 112 |
| 35. I teoremi di Liouville e di Laurent . . . . .                     | * | 113 |
| 36. Zeri e singolarità . . . . .                                      | * | 116 |
| 37. Il punto all'infinito . . . . .                                   | * | 120 |
| 38. Funzioni razionali . . . . .                                      | * | 120 |

|   |          |
|---|----------|
| 39. Prolungamento analitico . . . . .             | Pag. 121 |
| 40. Poli e zeri delle funzioni meromorfe. . . . . | * 125    |
| 41. Il teorema di Rouché . . . . .                | * 127    |
| 42. Il principio del massimo modulo . . . . .     | * 128    |
| Esercizi IV . . . . .                             | * 130    |

## CAPITOLO V

## IL CALCOLO DEI RESIDUI

|  |       |
|--|-------|
| 43. Il teorema dei residui . . . . .   | * 135 |
| 44. Integrazione lungo la circonferenza unitaria . . . . .                                   | * 139 |
| 45. Calcolo di un tipo di integrale generalizzato . . . . .                                  | * 141 |
| 46. Calcolo di integrali generalizzati tramite il lemma<br>di Jordan . . . . .               | * 146 |
| 47. Integrali in cui intervengono funzioni plurivoche . . . . .                              | * 151 |
| 48. Uso dell'integrale di contorno per dedurre nuovi<br>integrali da integrali noti. . . . . | * 154 |
| 49. Sviluppo di una funzione meromorfa . . . . .   | * 157 |
| 50. Calcolo della somma di una serie mediante il calcolo<br>dei residui . . . . .            | * 160 |
| Esercizi V . . . . .   | * 163 |
| <i>Esercizi di ricapitolazione.</i> . . . . .  | * 167 |
| <i>Nota bibliografica</i> . . . . .  | * 173 |
| <i>Indice analitico</i> . . . . .  | * 175 |