

Robert A. Adams

*Department of Mathematics,
University of British Columbia*

Calcolo Differenziale 1

Funzioni di una variabile reale

Quarta edizione

Edizione italiana a cura di

Luigi Quartapelle

*Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale,
Politecnico di Milano*



CASA EDITRICE AMBROSIANA

Indice

Prefazione	xiii	P.7 Funzioni trigonometriche	45
Per lo studente	xvi	Alcune identità utili	48
Ringraziamenti	xviii	Coseni e seni di alcuni angoli particolari	49
Che cosa è il calcolo differenziale?	1	Formule d'addizione	50
		Le altre funzioni trigonometriche	52
		Funzioni trigonometriche con Maple	54
		Riassunto di trigonometria	55
P	3		
P.1 Numeri reali e retta reale	3	1	59
Intervallo	5	1.1 Velocità, rapidità di crescita, area: alcuni esempi	59
Il valore assoluto	8	Velocità media e velocità istantanea	59
Equazioni e disequazioni con i valori assoluti	9	La crescita di una cultura di alghe	61
P.2 Coordinate cartesiane del piano	11	L'area di un cerchio	62
Scale degli assi	11	1.2 Limiti delle funzioni	64
Incrementi e distanze	12	Limiti unilaterali	67
Grafici	13	Regole per il calcolo dei limiti	69
Linee rette	13	Teorema di compressione	70
Equazioni delle rette	15	1.3 Limiti all'infinito e limiti infiniti	73
P.3 Grafici delle equazioni quadratiche	18	Limiti all'infinito	73
Cerchi e dischi	18	Limiti all'infinito delle funzioni razionali	75
Equazione della parabola	19	Limiti infiniti	76
Proprietà di riflessione delle parabole	20	Calcolo di limiti mediante Maple	78
Cambio di scala di un grafico	20	1.4 Continuità	79
Traslazione di un grafico	21	Continuità in un punto	80
Ellissi e iperboli	22	Continuità in un intervallo	81
P.4 Funzioni e loro grafici	24	Le funzioni continue sono molto numerose	81
Convenzione del dominio	26	Estensioni continue e discontinuità rimovibili	83
Grafici delle funzioni	27	Funzioni continue in intervalli finiti chiusi	83
Funzioni pari e dispari; simmetria e riflessioni	29	Ricerca grafica di massimi e minimi	85
Riflessione in una linea retta	30	Ricerca delle radici delle equazioni	86
Definire funzioni e disegnare grafici con Maple	31	1.5 Definizione formale di limite	89
P.5 Operazioni tra funzioni	33	Uso della definizione di limite per dimostrare i teoremi	91
Somma, differenza, prodotto e divisione	34	Altri tipi di limiti	92
Composizione di funzioni	35	Riassunto del capitolo	95
Funzioni definite a tratti	36		
P.6 Polinomi e funzioni razionali	39		
Radici e fattori	41		
Radici e fattori dei polinomi quadratici	42		
Regole di fattorizzazione	44		

2	97	3	Funzioni trascendenti	167
2.1 Rette tangenti e loro pendenza	97	3.1 Funzioni inverse	167	
Rette normali	101	Inversione di funzioni non biunivoche	171	
2.2 La derivata	102	Derivata delle funzioni inverse	171	
Alcune derivate importanti	104	3.2 Funzioni esponenziali e logaritmiche	173	
Notazione di Leibniz	107	Esponenziali	173	
Differenziali	108	Logaritmi	175	
Derivata e proprietà del valore intermedio	109	3.3 Il logaritmo naturale e l'esponenziale	178	
2.3 Regole di derivazione	111	Il logaritmo naturale	178	
Derivata della somma e moltiplicazione per una costante	111	La funzione esponenziale	181	
Derivata del prodotto	113	Esponenziali e logaritmi generali	183	
Derivata del reciproco	115	Derivazione logaritmica	184	
Derivata del quoziente	116	3.4 Crescita e decadimento	187	
2.4 Derivata delle funzioni composte	118	Crescita degli esponenziali e dei logaritmi	187	
Calcolo delle derivate con Maple	121	Crescita esponenziale e modelli di decadimento	188	
Regole di derivazione con inclusa la funzione composta	122	Interessi degli investimenti	190	
Prova del teorema 6 (derivata di funzioni composte)	122	Crescita logistica	192	
2.5 Derivate delle funzioni trigonometriche	123	3.5 Funzioni trigonometriche inverse	195	
Qualche limite particolare	124	La funzione inversa del seno o arcoseno	195	
Derivate del seno e del coseno	125	La funzione inversa della tangente o arcotangente	198	
Derivate delle altre funzioni trigonometriche	127	Altre funzioni trigonometriche inverse	200	
2.6 Teorema del valore medio	130	3.6 Funzioni iperboliche	203	
Funzioni crescenti e decrescenti	132	Funzioni iperboliche inverse	206	
Dimostrazione del teorema del valore medio	134	3.7 Equazioni del secondo ordine lineari a coefficienti costanti	208	
2.7 Uso delle derivate	136	Ricetta per risolvere $ay'' + by' + cy = 0$	208	
Approssimazione delle piccole variazioni	136	Moto armonico semplice	211	
Rapidità di variazione media e istantanea	137	Moto armonico smorzato	213	
Sensibilità a una variazione	139	Riassunto del capitolo	216	
Derivate e problemi di economia	139	4 Funzioni applicazioni e derivate	220	
2.8 Derivate d'ordine superiore	142	4.1 Variazioni collegate	219	
2.9 Derivazione implicita	146	Procedimento per i problemi con variazioni collegate	220	
Derivate di ordine superiore (di funzioni implicite)	149	4.2 Valori estremi	225	
Regola generale della derivata di una potenza	150	Valori massimi e valori minimi	225	
2.10 Antiderivate e problemi ai valori iniziali	151	Punti critici, punti singolari e punti estremi	227	
Antiderivate	151	Ricerca dei valori estremi	228	
Integrale indefinito	152	Test della derivata prima	228	
Equazioni differenziali e problemi ai valori iniziali	154	Funzioni definite non su intervalli finiti chiusi	230	
2.11 Velocità e accelerazione	157	4.3 Concavità e punti di flesso	232	
Velocità vettoriale e velocità in modulo	157	Test della derivata seconda	235	
Accelerazione	159			
Caduta dei gravi	161			
Riassunto del capitolo	163			

4.4	Disegno del grafico di una funzione	237	6.2	Sostituzioni inverse	338
	Asintoti	238		Sostituzioni trigonometriche inverse	338
	Esempi di disegno formale di curve	241		Completamento del quadrato	341
4.5	Ricerca di valori estremi	247		Altre sostituzioni inverse	342
	Procedimento per la ricerca dei valori estremi	248		La sostituzione $\tan(\theta/2)$	343
4.6	Calcolo delle radici delle equazioni	255	6.3	Integrali delle funzioni razionali	345
	Metodo di Newton	256		Denominatori lineari e quadratici	346
	Iterazione del punto fisso	259		Frazioni parziali	347
	Programmi per la risoluzione di equazioni	261	6.4	Integrazione mediante algebra computazionale o tavole	352
4.7	Approssimazioni lineari	262		Uso di Maple per integrare	353
	Approssimazione di valori delle funzioni	263		Uso delle tavole di integrali	354
	Analisi dell'errore	264	6.5	Integrali impropri	356
4.8	Polinomi di Taylor	267		Integrali impropri di primo tipo	356
	Formula di Taylor	270		Integrali impropri di secondo tipo	359
	Notazione dell'"O" grande	272		Determinazione della convergenza o della divergenza	361
4.9	Forme indeterminate	276	6.6	Le formule del trapezio e del punto medio	364
	Regole de l'Hôpital	277		La formula del trapezio	364
	Riassunto del capitolo	282		La formula del punto medio	367
5	Integrazione	287		Stime dell'errore	368
5.1	Somme e simbolo di sommatoria	287	6.7	La formula di Simpson	371
	Calcolo di alcune somme	289	6.8	Altri aspetti dell'integrazione approssimata	376
5.2	Aree come limiti di somme	292		Approssimazione degli integrali impropri	376
	Il problema fondamentale dell'area	293		Uso della formula di Taylor	376
	Calcolo di alcune aree	294		Integrazione di Romberg	377
5.3	Integrale definito	298		Altri metodi	380
	Partizioni e somme di Riemann	298		Riassunto del capitolo	382
	Integrale definito	300	7	Applicazioni dell'integrazione	385
	Summe di Riemann generali	301	7.1	Volume dei solidi di rivoluzione	385
5.4	Proprietà dell'integrale definito	303		Volumi a "fette"	386
	Teorema del valore medio per gli integrali	306		Solidi di rivoluzione	387
	Integrali definiti di funzioni continue a pezzi	307		Gusci cilindrici	390
5.5	Teorema fondamentale del calcolo differenziale	309	7.2	Altri volumi a "fette"	394
5.6	Metodo di sostituzione	315	7.3	Lunghezza di un arco e area di una superficie	398
	Integrali trigonometrici	319		Lunghezza d'arco	398
5.7	Area delle regioni piane	324		Lunghezza d'arco del grafico di una funzione	399
	Area di superfici comprese fra due curve	324		Area delle superfici di rivoluzione	403
	Riassunto del capitolo	327	7.4	Massa, momenti e centro di massa	405
6	Calcolo di integrazione	331		Massa e densità	405
6.1	Integrazione per parti	331		Momenti e centro di massa	408
	Formule di riduzione	335		Esempi bidimensionali e tridimensionali	409
			7.5	Centroidi	412
				Teorema di Pappo	415

7.6	Altre applicazioni fisiche	418	9	Successioni, serie e potenze	493
	Pressione idrostatica	418			
	Lavoro	419	9.1	Successioni e convergenza	493
	Energia potenziale ed energia cinetica	422		Convergenza delle successioni	46
7.7	Applicazioni in economia, finanza ed ecologia	424	9.2	Serie infinite	501
	Valore attuale di un flusso di pagamenti	425		Serie geometriche	502
	Economia dello sfruttamento di risorse rinnovabili	425		Serie telescopiche e serie armoniche	504
7.8	Probabilità	428		Alcuni teoremi sulle serie	505
	Variabili casuali discrete	429	9.3	Criteri di convergenza per le serie positive	507
	Media, varianza e deviazione standard	431		Criterio di convergenza dell'integrale	508
	Variabili casuali continue	432		Uso di limitazioni integrali per sommare una serie	509
	Distribuzione normale	437		Criteri di convergenza di confronto	511
7.9	Equazioni differenziali del primo ordine	440		Criteri di convergenza del rapporto e della radice	514
	Equazioni separabili	441		Uso di limitazioni geometriche per la somma di una serie	515
	Equazioni lineari del primo ordine	445	9.4	Convergenza assoluta e convergenza semplice	518
	Riassunto del capitolo	449		Criterio di convergenza per le serie oscillanti	519
8	Curve piane	453		Riordinamento dei termini di una serie	522
8.1	Coniche	453	9.5	Serie di potenze	524
	Parabole	454		Operazioni algebriche sulle serie di potenze	527
	Proprietà del fuoco della parabola	455		Derivazione e integrazione delle serie di potenze	528
	Ellissi	456		Calcoli con Maple	533
	Proprietà dei fuochi dell'ellisse	457	9.6	Serie di Taylor e di Maclaurin	534
	Le direttrici di un'ellisse	458		Serie di Maclaurin di alcune funzioni elementari	536
	Iperboli	458		Altre serie di Maclaurin e di Taylor	538
	Proprietà dei fuochi dell'iperbole	460		La formula di Taylor rivista	541
	Classificazione delle coniche	461	9.7	Applicazioni delle serie di Taylor e di Maclaurin	544
8.2	Curve parametriche	464		Approssimazione dei valori delle funzioni	544
	Curve piane generali e parametrizzazioni	467		Funzioni definite da integrali	545
	Alcune curve piane notevoli	467		Forme indeterminate	546
8.3	Curve parametriche lisce e loro pendenza	471	9.8	Teorema binomiale e serie binomiale	547
	Pendenza di una curva parametrica	471		La serie binomiale	548
	Studio delle curve parametriche	473	9.9	Serie di Fourier	551
8.4	Lunghezza e area di curve parametriche	474		Funzioni periodiche	551
	Lunghezza di un arco e area di una superficie	474		Serie di Fourier	552
	Aree delimitate da curve parametriche	476		Convergenza della serie di Fourier	553
8.5	Coordinate polari e curve polari	478		Serie di Fourier dei coseni e dei seni	555
	Alcune curve polari	480		Riassunto del capitolo	556
	Intersezione di curve polari	483			
	Coniche polari	484			
8.6	Pendenza, area e lunghezza d'arco di curve polari	485			
	Aree delimitate da curve polari	487			
	Lunghezza d'arco delle curve polari	488			
	Riassunto del capitolo	489			

APPENDICI

I Numeri complessi

A-1

Definizione dei numeri complessi A-2

Rappresentazione grafica
dei numeri complessi A-3

Aritmetica complessa A-5

Radici dei numeri complessi A-9

II Funzioni complesse

A-12

Limiti e continuità A-13

Derivata complessa A-14

Funzione esponenziale A-16

Teorema fondamentale dell'algebra A-18

III Funzioni continue

A-22

Limiti delle funzioni A-23

Funzioni continue A-23

Completezza e limiti di successioni A-24

Funzioni continue in un intervallo limitato
chiuso A-26

IV Integrale di Riemann

A-29

Continuità uniforme A-32

V Calcolo differenziale con Maple

A-34

Elenco degli esempi dell'uso di Maple A-35

Risposte agli esercizi dispari A-37

Indice analitico A-65