


Olivier Wittenberg

# Intersections de deux quadriques et pinceaux de courbes de genre 1

Intersections of two quadrics  
and pencils of curves of genus 1

 Springer

---

## Table des matières

General Introduction .....	1
Introduction générale .....	7
Conventions .....	15
<b>Chapitre 1. Arithmétique des pinceaux semi-stables de courbes de genre 1 (première partie)</b> .....	19
1.1 Introduction .....	19
1.2 Hypothèses et notations .....	22
1.3 Explicitation de la condition (D) .....	27
1.4 Symétrisation du calcul de Selmer .....	34
1.5 Preuve du théorème 1.4 .....	37
1.5.1 Triplets préadmissibles, admissibles .....	38
1.5.2 Calcul symétrique des groupes de Selmer en famille ....	40
1.5.3 Admissibilité et existence de points adéliques .....	48
1.5.4 Fin de la preuve .....	50
1.6 Condition (D), groupe $\mathcal{S}$ et groupe de Brauer .....	57
1.7 Applications à l'existence de points rationnels .....	61
1.7.1 Obstruction de Brauer-Manin .....	61
1.7.2 Surfaces quartiques diagonales .....	63
1.8 Secondes descentes et approximation faible .....	65
1.9 Application aux courbes elliptiques de rang élevé .....	70
<b>Chapitre 2. Arithmétique des pinceaux semi-stables de courbes de genre 1 (seconde partie)</b> .....	73
2.1 Introduction .....	73
2.2 Énoncé du résultat principal et applications .....	75
2.3 Preuve du théorème 2.2 .....	84
2.3.1 Couples admissibles, préadmissibles .....	85
2.3.2 Prélude à l'étude des groupes de Selmer en famille ....	86

2.3.3	Dualité locale pour les courbes $\mathcal{C}'_a, \mathcal{C}''_a$ .....	89
2.3.4	Réciprocités et existence de points locaux .....	93
2.3.5	Finitude de $\mathcal{S}'_{D_0}$ et $\mathcal{S}''_{D_0}$ .....	96
2.3.6	Fin de la preuve .....	97
<b>Chapitre 3. Principe de Hasse pour les surfaces de del Pezzo</b>		
	<b>de degré 4</b> .....	109
3.1	Introduction .....	109
3.2	Obstruction de Brauer-Manin verticale et points adéliques dans les fibres d'un morphisme vers $\mathbf{P}^n$ .....	116
3.3	Généralités sur les pincoux de quadriques dans $\mathbf{P}^n$ .....	136
3.4	Surfaces de del Pezzo de degré 4 .....	140
3.4.1	Notations, énoncés des résultats .....	140
3.4.2	Groupe de Brauer des surfaces de del Pezzo de degré 4 .....	143
3.4.3	La construction de Swinnerton-Dyer .....	147
3.4.4	Calculs explicites .....	159
3.4.5	Spécialisation de la condition (D) .....	166
3.4.6	Vérification de la condition (D) générique .....	180
3.4.7	Preuve du théorème 3.36 .....	189
3.4.8	Groupe de Brauer et obstruction à la méthode .....	193
3.5	Intersctions de deux quadriques dans $\mathbf{P}^n$ pour $n \geq 5$ .....	195
3.5.1	Un résultat de monodromie .....	195
3.5.2	Preuve du théorème 3.3 .....	199
	<b>Annexe</b> .....	201
	<b>Bibliographie</b> .....	209
	<b>Index des notations</b> .....	215
	<b>Index terminologique</b> .....	217