

Biblioteca di Cultura Moderna

Carlo Cellucci

*Filosofia
e matematica*

 *Editori Laterza*

Indice del volume

Introduzione	VII
Parte prima	
<i>La concezione fondazionalista</i>	
1. La concezione fondazionalista	5
1. Caratteri della concezione fondazionalista, p. 5 - 2. Filosofia e giustificazione, p. 6 - 3. L'ambito della filosofia, p. 7	
2. Le origini della concezione fondazionalista	9
1. Impossibilità di una logica della scoperta, p. 9 - 2. Il ruolo del genio, p. 10 - 3. La natura del metodo, p. 11 - 4. La concezione concreta, p. 14 - 5. Condizioni sui sistemi di assiomi, p. 14 - 6. La filosofia come logica della giustificazione, p. 16 - 7. Il metodo della logica della giustificazione, p. 17	
3. La concezione fondazionalista e la certezza	19
1. La possibilità della conoscenza sintetica a priori, p. 19 - 2. La possibilità dell'intuizione pura, p. 21 - 3. La possibilità della costruzione, p. 23 - 4. Metodo assiomatico e costruzione, p. 25	
4. L'influenza della concezione fondazionalista	27
1. La centralità dell'intuizione, p. 27 - 2. La natura del metodo, p. 28 - 3. La concezione astratta, p. 30 - 4. Condizioni sui sistemi di assiomi, p. 32 - 5. La metamatematica come logica della giustificazione, p. 33	
5. La matematica in panni romantici	35
1. Un'opinione diffusa, p. 35 - 2. Una presunta filosofia implicita, p. 36 - 3. Il romanticismo e la matematica, p. 38 - 4.	

L'influenza del romanticismo, p. 39 - 5. Il romanticismo e la concezione astratta, p. 40 - 6. «Nescimus sed sciemus», p. 41

6. I programmi della coerenza e della conservazione 44

1. I paradossi, p. 44 - 2. Matematica finitaria e matematica infinitaria, p. 45 - 3. Il programma della coerenza, p. 46 - 4. Il programma della conservazione, p. 49 - 5. Equivalenza dei due programmi, p. 51 - 6. Aspettative sulla realizzabilità dei programmi, p. 52

7. La matematica come sistema chiuso 54

1. L'assunzione del mondo chiuso, p. 54 - 2. La formulazione dell'assunzione del mondo chiuso, p. 55 - 3. La base della certezza degli assiomi, p. 57 - 4. L'articolazione dell'assunzione del mondo chiuso, p. 57 - 5. La natura della matematica, p. 58

Parte seconda

I limiti della concezione fondazionalista

8. I risultati limitativi 63

1. Incompletezza e indecidibilità, p. 63 - 2. Indefinibilità della verità, p. 64 - 3. Indimostrabilità della coerenza, p. 65 - 4. Indimostrabilità della coerenza esterna, p. 66 - 5. Non-caratterizzabilità, p. 67 - 6. Esistenza di estensioni false, p. 69 - 7. Incompletezza rispetto alla validità logica, p. 70

9. Le resistenze al crollo 73

1. Formalizzabilità della matematica nota, p. 73 - 2. Formalizzabilità in una successione di sistemi formali, p. 74 - 3. Non-formalizzabilità della matematica finitaria, p. 74 - 4. Utilizzabilità di sistemi con vincoli di coerenza, p. 76 - 5. Giustificabilità del nocciolo della pratica matematica, p. 78

10. L'illusione dell'intuizione intellettuale 80

1. La matematica e lo spirito del tempo, p. 80 - 2. L'intuizione intellettuale, p. 82 - 3. Il metodo fenomenologico, p. 83 - 4. Insufficienza del metodo fenomenologico, p. 84

11. Il fallimento della concezione fondazionalista 86

1. Insostenibilità dell'assunzione del mondo chiuso, p. 86 - 2. Vantaggi dell'incompletezza rispetto alla validità logi-

ca, p. 86 - 3. Pensiero matematico e sistemi formali, p. 89
- 4. Insostenibilità della concezione fondazionalista, p. 91

- 12. Intuizione e mostri** 92
1. Mostri, p. 92 - 2. Curve e tangenti, p. 92 - 3. Curve e quadrati, p. 94 - 4. Curve e lunghezze, p. 95 - 5. Stati e confini, p. 96 - 6. Superfici e aree, p. 98 - 7. Scomposizioni di sfere, p. 99 - 8. Intuizione e certezza, p. 100
- 13. La correttezza delle dimostrazioni** 101
1. Gli errori nelle dimostrazioni, p. 101 - 2. Il controllo della formalizzazione, p. 103 - 3. Le dimostrazioni lunghe, p. 104 - 4. Le dimostrazioni con l'aiuto del computer, p. 107
- 14. I difetti del riduzionismo** 109
1. Il riduzionismo assiomatico, p. 109 - 2. L'antiriduzionismo assiomatico, p. 114
- 15. I limiti della concezione astratta** 118
1. Difetti della concezione astratta, p. 118 - 2. Incongruenze dei sostenitori della concezione astratta, p. 123
- 16. Il metodo assiomatico in abiti dimessi** 127
1. Logica dell'organizzazione, p. 127 - 2. Logica dell'unificazione, p. 128 - 3. Logica della postulazione, p. 129 - 4. Logica della scoperta, p. 131 - 5. Logica della giustificazione debole, p. 133 - 6. Logica dell'inversione, p. 134
- 17. Concezione fondazionalista e oggetti matematici** 137
1. Il problema dell'esistenza matematica, p. 137 - 2. Il ruolo del problema dell'esistenza matematica, p. 138 - 3. Caduta del problema dell'esistenza matematica, p. 139 - 4. Irrilevanza del problema dell'esistenza matematica, p. 140

Parte terza

La concezione euristica

- 18. La concezione euristica** 145
1. Caratteri della concezione euristica, p. 145 - 2. Il posto della scoperta nell'attività matematica, p. 146 - 3. La natura dei metodi di scoperta, p. 148

19. Le origini della concezione euristica	151
1. La necessità del metodo, p. 151 - 2. Il metodo come logica, p. 153 - 3. La natura del metodo, p. 155	
20. La concezione euristica e la certezza	159
1. Logica della scoperta e certezza, p. 159 - 2. Intuizione e deduzione, p. 160 - 3. Impossibilità di regole per l'intuizione e la deduzione, p. 162 - 4. La rinuncia a una logica della scoperta, p. 164	
21. L'ampliatività dell'inferenza	166
1. L'abbandono del mito della certezza, p. 166 - 2. Il paradosso dell'inferenza, p. 167 - 3. La non-ampliatività dell'inferenza corretta, p. 168 - 4. Obiezioni contro la non-ampliatività, p. 169 - 5. La necessità di estendere l'ambito della logica, p. 172	
22. Il metodo analitico	174
1. L'infinità della ricerca delle ipotesi, p. 174 - 2. Il metodo della riduzione, p. 175 - 3. Il metodo delle ipotesi, p. 177 - 4. Metodo analitico contro metodo assiomatico, p. 179 - 5. La fortuna del metodo analitico, p. 180	
23. L'opposizione al metodo analitico	183
1. L'infondatezza delle ipotesi, p. 183 - 2. L'algoritmicità delle ipotesi, p. 184 - 3. La necessità dell'intuizione e della divinazione, p. 184 - 4. Il regresso all'infinito, p. 185 - 5. Il cammino infinito, p. 185 - 6. L'unicità delle ipotesi, p. 186 - 7. La località, p. 187 - 8. La modularità, p. 188	
24. I vantaggi del metodo analitico	189
1. La spiegazione della soluzione dei problemi, p. 189 - 2. La produzione di nuova informazione, p. 190 - 3. L'interazione con la conoscenza esistente, p. 190 - 4. La cambiabilità delle regole in corso d'opera, p. 192 - 5. L'incompletezza, p. 192 - 6. La giustificazione delle ipotesi, p. 193 - 7. I gradi di correttezza delle dimostrazioni, p. 195 - 8. La pluralità delle dimostrazioni, p. 195 - 9. L'antiriduzionismo analitico, p. 196	
25. La riduzione all'assurdo e il metodo analitico	198
1. La riduzione all'assurdo, p. 198 - 2. Differenze rispetto al metodo analitico, p. 199 - 3. La dimostrazione indiretta, p. 199 - 4. Il «modus tollens», p. 200 - 5. Riduzione all'assurdo ed esperienza immediata, p. 201	

26. La matematica come sistema aperto 203
1. L'assunzione del mondo aperto, p. 203 - 2. Il carattere interattivo dello sviluppo della matematica, p. 203 - 3. L'esigenza dell'assunzione del mondo aperto, p. 205 - 4. L'articolazione dell'assunzione del mondo aperto, p. 205 - 5. La natura della matematica, p. 206 - 6. Soluzione di problemi contro dimostrazione di teoremi, p. 207 - 7. Fallibilità contro infallibilità, p. 210

27. La matematica come soluzione di problemi 212
1. Le questioni fondamentali della concezione euristica, p. 212 - 2. La nascita dei problemi matematici, p. 212 - 3. La posizione dei problemi matematici, p. 213 - 4. La soluzione dei problemi matematici, p. 216 - 5. Plausibilità della matematica come soluzione di problemi, p. 219

Parte quarta

I procedimenti per trovare le ipotesi

28. La banalità dell'abduzione 223
1. Inferenze non-deduttive per trovare le ipotesi, p. 223 - 2. Abduzione e ipotesi, p. 223 - 3. Abduzione e creatività, p. 224 - 4. Abduzione e «apagogè», p. 226 - 5. Abduzione e «invenio medii», p. 228

29. Le ragioni della logica epicurea 230
1. La centralità della deduzione, p. 230 - 2. La necessità dell'induzione e dell'analogia, p. 232

30. L'induzione 235
1. Il ruolo dell'induzione, p. 235 - 2. Le obiezioni contro l'induzione, p. 236 - 3. Il pregiudizio contro l'induzione, p. 238 - 4. Induzione e certezza, p. 239 - 5. L'induzione da più casi, p. 240 - 6. L'induzione da un solo caso, p. 241 - 7. Induzione e probabilità, p. 242

31. L'analogia 243
1. Il ruolo dell'analogia, p. 243 - 2. L'analogia per quasi-eguaglianza, p. 243 - 3. L'analogia per indistinguibilità separata, p. 245 - 4. L'analogia per equiproporzionalità, p. 246 - 5. L'analogia per concordanza, p. 248 - 6. L'analogia per concordanza e discordanza, p. 249

32. Induzione e analogia	251
1. Un rapporto elusivo, p. 251 - 2. L'induzione come sottospecie dell'analogia, p. 252 - 3. L'analogia come sottospecie dell'induzione, p. 253 - 4. Il rapporto tra induzione e analogia, p. 254	
33. L'uso della figura	256
1. Uso della figura e pensiero matematico, p. 256 - 2. Uso della figura e induzione, p. 258 - 3. Uso della figura e analogia, p. 259 - 4. Uso della figura e visione, p. 260 - 5. Uso della figura e intuizione, p. 261 - 6. Uso della figura ed errore, p. 262	
34. La generalizzazione e la particolarizzazione	265
1. La generalizzazione, p. 265 - 2. La particolarizzazione, p. 267 - 3. L'unione di generalizzazione e particolarizzazione, p. 268	
35. La metafora e la metonimia	270
1. La metafora, p. 270 - 2. Le metafore extra-matematiche, p. 270 - 3. Le metafore intra-matematiche, p. 272 - 4. La metonimia, p. 274	
36. La definizione	276
1. La definizione come abbreviazione, p. 276 - 2. Limiti della definizione come abbreviazione, p. 277 - 3. La definizione come mezzo di scoperta, p. 279 - 4. Differenze euristiche tra le definizioni, p. 281	
37. L'ibridazione	285
1. Gli ibridi, p. 285 - 2. Ibridi e geometria, p. 286 - 3. Ibridi e calcolo infinitesimale, p. 289	
38. La variazione dei dati	292
1. La variazione totale dei dati, p. 292 - 2. La variazione parziale dei dati, p. 294	
39. Completamento del metodo	296
1. Le inferenze non-deduttive come insieme aperto, p. 296 - 2. Precisazioni ed aggiunte sulle inferenze non-deduttive, p. 296 - 3. Completamento del metodo analitico, p. 298	
40. Concezione euristica e oggetti matematici	300
1. Gli oggetti matematici come ipotesi, p. 300 - 2. Caratteri degli oggetti matematici come ipotesi, p. 301 - 3. Il fin-	

zionalismo, p. 303 - 4. Ipotesi contro finzioni, p. 305 - 5. Il limite del finzionalismo, p. 307

Parte quinta

La matematica e il mondo fisico

41. Oggetti matematici e mondo fisico	311
1. Il rapporto tra la matematica e il mondo fisico, p. 311 - 2. L'astrazione, p. 311 - 3. L'idealizzazione, p. 314 - 4. Gli agenti ideali, p. 316 - 5. Gli oggetti matematici come ipotesi, p. 318	
42. Il parallelismo e l'applicabilità della matematica	320
1. Il parallelismo, p. 320 - 2. I limiti del parallelismo, p. 323 - 3. L'applicabilità della matematica, p. 325 - 4. Leggi matematiche e mondo fisico, p. 326	
43. L'efficacia della matematica	328
1. Curve geometriche e curve meccaniche, p. 328 - 2. Le corde vibranti, p. 329 - 3. La nozione di funzione, p. 330 - 4. Le funzioni analitiche, p. 331 - 5. La rinormalizzazione, p. 333 - 6. Il caos deterministico, p. 335 - 7. La ragionevole inefficacia della matematica, p. 336	
44. La naturalizzazione della matematica	337
1. Matematica e sopravvivenza, p. 337 - 2. Ipotesi e adattamento, p. 338 - 3. Geometria e adattamento, p. 339 - 4. Aritmetica e adattamento, p. 341 - 5. Soluzione di problemi e adattamento, p. 344	
Conclusione	346
Bibliografia	349
Indice dei nomi	363
Indice degli argomenti	369