

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI ROMA «LA SAPIENZA»

---

Gaetano Fichera - Luciano De Vito

funzioni analitiche  
di una variabile complessa



ROMA  
LIBRERIA EREDI VIRGILIO VESCHI  
Viale dell'Università, 7 - Tel. 491.739

INDICE GENERALE

Cap.I - FUNZIONI OLOMORFE DI UNA VARIABILE COMPLESSA	Pag.
1 - Differenziabilità secondo Stolz	3
2 - Derivazione complessa	7
3 - Funzioni elementari nel campo complesso	11
4 - Integrazione complessa. Teorema di Cauchy. Teorema di Goursat	21
5 - Serie di potenze	37
6 - Sviluppi in serie di Taylor e di Laurent	43
7 - Principi d'identità delle funzioni olomorfe. Zeri di una funzione olomorfa	49
8 - Funzioni intere	51
9 - Singolarità isolate di una funzione olomorfa. Teorema dei residui	52
10 - Applicazioni al calcolo di integrali definiti	64
11 - Un'estensione del lemma di Green	77
12 - Comportamento all'infinito di una funzione olomorfa	81
13 - Indicatore logaritmico. Teorema fondamentale dell'algebra	86
14 - Sfera complessa	94
15 - Proprietà di media delle funzioni olomorfe. Proprietà di massimo e di minimo del modulo di una funzione olomorfa	96
16 - Successioni di funzioni olomorfe	98
Cap.II - FATTORIZZAZIONE DI WEIERSTRASS DELLE FUNZIONI INTERE. FUNZIONI EULERIANE. PROBLEMA DI MITTAG-LEFFLER	Pag. 102
1 - Prodotti infiniti	102
2 - La fattorizzazione di Weierstrass delle trascendenti intere	108
3 - Fattorizzazione delle funzioni circolari intere	114
4 - Funzioni meromorfe	116
5 - Funzione euleriana "gamma"	117
6 - Proprietà della funzione "gamma"	123
7 - Rappresentazione integrale della funzione "gamma". Espressioni integrali delle costante di Euler-Mascheroni	131
8 - La funzione "gamma", incompleta. La decomposizione di Prys della funzione "gamma"	142
9 - Formula di Gauss per la derivata logaritmica di $\Gamma(z)$ . Formula di Binet per il logaritmo di $\Gamma(z)$	144
10 - Formula di Stirling per il logaritmo di $\Gamma(z)$	151
11 - Digeressione sulle serie assintotiche di Poincaré	160

12 - Funzione eulerriana "beta"	Pag	166
13 - Funzioni olomorfe aventi un numero finito di singolarità isolate	*	174
14 - Il teorema di Mittag-Leffler per la determinazione delle funzioni olomorfe aventi singolarità isolate assegnate	*	176
Cap. III - FUNZIONI ARMONICHE DI DUE VARIABILI REALI. SPAZI FUNZIONALI. POTENZIALI LOGARITMICI		
	Pag	178
1 - Richiami della teoria delle serie doppie	*	178
2 - Funzioni analitiche in due variabili reali	*	183
3 - Definizione di funzione armonica. Funzioni armoniche connugate	"	184
4 - Analicità delle funzioni armoniche	*	188
5 - Proprietà di media e formule di maggiorazione per le funzioni armoniche	"	190
6 - Successioni di funzioni armoniche	"	198
7 - Formule integrali di Green	"	200
8 - Spazi normati di funzioni	"	208
9 - Spazi di Hilbert di funzioni	"	218
10 - Approssimazione uniforme delle funzioni continue in insieme chiusi e limitati mediante polinomi	"	225
11 - Potenziale logaritmico di dominio	"	230
12 - Potenziale logaritmico di campo	"	255
13 - Alcuni lemmi sulle curve piane	"	258
14 - Potenziale logaritmico di semplice strato	"	276
15 - Potenziale logaritmico di doppio strato	"	278
16 - Derivate prime del potenziale di semplice strato	"	297
17 - Integrale singolare di Cauchy. Teorema di Plemelij ed applicazioni alla teoria del potenziale logaritmico di linea	"	334
18 - Ulteriore studio del potenziale logaritmico di linea	"	348
19 - Nuova trattazione della teoria del potenziale logaritmico	"	364
20 - Alcuni complementi alla teoria del potenziale logaritmico	"	401
21 - Caratterizzazione della traccia, sulla frontiera di un dominio, e della relativa derivata normale di una funzione armonica	"	414
22 - Caratterizzazione della traccia, sulla frontiera di un dominio, di una funzione olomorfa	"	417
Cap. IV - PROBLEMA DI DIRICHLET PER L'EQUAZIONE DI LAPLACE		
	Pag	421
1 - Posizione del problema e teorema di unicità	*	421
2 - Funzione di Green per l'operatore $\Delta_2$	*	422
3 - Funzione di Green per il cerchio	*	428
4 - Risoluzione del problema di Dirichlet nel cerchio	*	431

5 - Equivaleanza tra l'esistenza della funzione di Green e quella della soluzione del problema di Dirichlet	Pag. 435
6 - Esistenza della funzione di Green relativa a campi di classe $C^{1,1}$	* 440
7 - Risoluzione del problema di Dirichlet per il $\Delta_2$ con il metodo delle funzioni subarmoniche	* 452
8 - Metodo di Neumann per la risoluzione del problema di Dirichlet in un campo convesso	* 470
9 - Metodo alternato di Schwarz	* 481
10 - Principio di minimo per le funzioni armoniche	* 489
11 - Costruzione esplicita della funzione di Green	* 518
12 - Soluzione di classe $f$ in $A + \mathcal{M}$ del problema di Dirichlet	* 527
13 - Problema di Neumann per l'equazione di Laplace	* 539
14 - Problemi al contorno per l'equazione $f_{\bar{z}} = \phi$	* 550

Cap V - RAPPRESENTAZIONE CONFORNE	
1 - Proiettività fra due fasci di rette	* 560
2 - Rappresentazione conforme di un campo piano su un altro	* 562
3 - Coordinate curvilinee. Ulteriori caratterizzazioni delle rappresentazioni conformi	* 565
4 - Esempi di rappresentazioni conformi	* 569
5 - Rappresentazione conforme su un campo piano di una porzione di superficie regolare	* 581
6 - Teorema di esistenza locale per l'equazione di Beltrami. Atlante conforme sulla porzione di superficie $\Sigma$ di classe $C_n^{(s)}$	* 586
7 - Funzioni olomorfe su una porzione di superficie regolare $\Sigma$	* 587
8 - Famiglie normali di funzioni	* 589
9 - Il teorema di Riemann sulla rappresentazione conforme	* 593
10 - Relazione fra la rappresentazione conforme di $A$ su un campo circolare e l'esistenza della funzione di Green per $A$	* 600
11 - Rappresentazione conforme di un dominio su un altro	* 603

Cap VI - FUNZIONI ANALITICHE SECONDO WEIERSTRASS	
1 - Definizione di funzione analitica secondo Weierstrass	* 615
2 - Valori di una funzione analitica	* 619
3 - Prolungamento lungo un cammino	* 622
4 - Punti critici	* 626
5 - Teorema di monodromia	* 636
6 - Una caratterizzazione dei campi semplicemente connessi	* 638
7 - Spazi astratti metrici. Funzioni analiticoidi	* 644
8 - Applicazioni della teoria delle funzioni analiticoidi	* 649

9 - Funzioni analitiche secondo Weierstrass sulla sfera complessa	Pag. 654
10 - Ramo di una funzione analitica	* 656
11 - Punti critici isolati. Punti di diramazione	* 657
12 - Cenni sulle funzioni olomorfe di piu' variabili complesse	* 660
13 - Funzioni olomorfe definite implicitamente	* 664
14 - Funzioni algebridi	* 667
15 - Sviluppi di Puiseux nell'intorno di un punto di diramazione algebrica	* 670
16 - Funzioni algebriche	* 672

Cap.VII - EQUAZIONI DIFFERENZIALI NEL CAMPO COMPLESSO	Pag. 683
1 - Funzioni vettoriali olomorfe	* 683
2 - Sistemi di equazioni differenziali del primo ordine nel campo complesso	* 688
3 - Equazioni differenziali lineari di ordine n nel campo complesso	* 701
4 - Equazioni di tipo Fuchs	* 718
5 - Equazione ipergeometrica di Gauss	* 731
6 - Rappresentazione integrale della funzione ipergeometrica	* 749
7 - Funzioni di Legendre di prima specie	* 753
8 - Formule di rappresentazione per le funzioni di Legendre di prima specie	* 759
9 - Ortogonalita' e completezza del sistema dei polinomi di Legendre	* 771
10 - Sviluppo in serie, tramite i polinomi di Legendre, della funzione $(1-2ax+a^2)^{-\frac{1}{2}}$	* 779
11 - Funzioni di Legendre di seconda specie	* 784
12 - Formule di rappresentazione per le funzioni di Legendre di seconda specie	* 793
13 - Funzioni associate di Legendre	* 808
14 - Funzioni e polinomi di Gegenbauer	* 823
15 - Polinomi di Tchebichef	* 835
16 - Polinomi di Jacobi	* 839