

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE  
MONOGRAFIE MATEMATICHE

---

10.

C. FERRARI - F. TRICOMI

# AERODINAMICA TRANSONICA



EDIZIONI CREMONESE  
ROMA

## INDICE SISTEMATICO

PREFAZIONE . . . . . Pag. xi

**CAP. I - «Equazioni del moto. Principi Termodinamici e Teoremi generali».**

Introduzione . . . . . Pag. 1

1 -	Equazioni del moto. Legge di variazione dell'energia e dell'entropia nel campo di moto . . . . .	» 3
2 -	Teorema di Lagrange-Thompson . . . . .	» 5
3 -	Conseguenze delle equazioni indefinite e del Teorema di Lagrange-Thompson: moti che si iniziano a partire dallo stato di quiete; moti stazionari. Formule di Bernoulli e di De Saint-Venant e Wantzel . . . . .	» 6
4 -	Onda d'urto. Equazioni dell'urto. Polare d'urto . . . . .	» 11
5 -	Conseguenze prodotte dalla formazione delle onde d'urto. Vorticità a valle di un'onda d'urto . . . . .	» 15
6 -	Caso del numero di Mach prima dell'urto prossimo a uno . . . . .	» 17
	Bibliografia . . . . .	» 19

**CAP. II - «Equazioni e proprietà caratteristiche del flusso transonico. Caso del moto piano ed equazioni nel piano odografico. Stagolarità della trasformazione odografica. Linee del piano odografico corrispondenti a una linea d'urto nel piano fisico e condizioni che devono essere soddisfatte su dette linee».**

1 -	Funzione potenziale. Funzione di corrente per correnti piane o simmetriche intorno ad un asse . . . . .	» 20
2 -	Proprietà tipiche del flusso transonico. Parametro di similitudine transonica per moti piani . . . . .	» 23
3 -	Moti piani. Trasformazioni nel piano odografico: trasformazione di Legendre; trasformazione di Molénbroeck-Chaplygin . . . . .	» 33

4 - Relazioni tra variabili del piano fisico e variabili del piano odografico . . . . .	Pag.	45
5 - Equazioni approssimate dei flussi transonici . . . . .	»	50
5-1 - Approssimazione di Lawrentyew-Bitzadze . . . . .	»	51
5-2 - Equazione di Tricomi . . . . .	»	51
5-3 - Equazione di Tricomi generalizzata. (Approssimazione di Loewner-Germain) . . . . .	»	55
5-4 - Approssimazione omografica (di Legendre) . . . . .	»	57
5-5 - Approssimazione di Tomotika e Tamada . . . . .	»	61
5-6 - Approssimazioni diverse . . . . .	»	65
6 - Leggi di compressibilità corrispondenti alle $\delta_{\infty}(\sigma)$ approssimate. Limiti di validità delle varie approssimazioni . . . . .	»	66
7 - Singolarità della trasformazione odografica. Linee limiti e linee di diramazione . . . . .	»	82
7-1 - Linee limiti . . . . .	»	82
7-2 - Linee di diramazione . . . . .	»	88
8 - Relazioni che devono essere soddisfatte sulle linee del piano odografico corrispondenti all'onda d'urto . . . . .	»	93
Bibliografia . . . . .	»	96

## CAP. III - « Parte Matematica ».

1 - Introduzione alla parte matematica . . . . .	Pag.	98
2 - Considerazioni generali sui teoremi di esistenza ed unicità per le equazioni di tipo misto . . . . .	»	102
3 - Studio dell'equazione $\bar{C}$ nel semipiano iperbolico . . . . .	»	105
4 - Il teorema di unicità per l'equazione $C$ . . . . .	»	117
5 - Studio dell'equazione $\bar{C}$ nel semipiano ellittico . . . . .	»	123
6 - Il teorema di esistenza per il problema di Tricomi . . . . .	»	136
7 - Il teorema di unicità nel problema di Frankl e altre generalizzazioni . . . . .	»	143
8 - Speciali soluzioni dell'equazione di Tricomi . . . . .	»	151
9 - Le soluzioni di Falkowic e la trasformata di Germain-Liger . . . . .	»	164
10 - L'equazione di Tomotika e Tamada . . . . .	»	171
11 - Soluzioni particolari delle equazioni esatte dell'Aerodinamica . . . . .	»	177
Bibliografia . . . . .	»	181

CAP. IV - *Applicazioni. Esempi di costruzione di flussi transonici (problema inverso). Il problema dell'ugello. Applicazione agli ugelli per gallerie supersoniche. Soluzioni fondamentali dell'equazione di Chaplygin e delle equazioni approssimate.*

1 - Applicazione del metodo odografico per la costruzione dei flussi transonici . . . . .	Pag.	182
2 - Il problema dell'ugello . . . . .	»	183
3 - Soluzioni approssimate del problema dell'ugello . . . . .	»	185
4 - Applicazione numerica . . . . .	»	191
5 - Soluzione esatta (di Lighthill e di Cherry) . . . . .	»	200
6 - Applicazione agli ugelli per gallerie supersoniche . . . . .	»	211
7 - Soluzioni fondamentali dell'equazione di Chaplygin e delle equazioni ad essa approssimate . . . . .	»	214
8 - Distribuzione della velocità lungo l'asse dell'ugello . . . . .	»	222
Bibliografia . . . . .	»	225

CAP. V - *Applicazioni. Esempi di costruzione di flussi transonici (problema inverso): Il problema dei profili alari. Costruzione di profili alari simmetrici con flusso transonico continuo sul profilo posto in corrente all'infinito uniforme ( $M_\infty < 1$ ) e con incidenza nulla. Flussi transonici attorno a profili alari simmetrici con onda d'urto attaccata ( $M_\infty < 1$ ). Problemi connessi con la formazione di onda d'urto attaccata al profilo; condizioni dell'urto a contatto del profilo. Possibilità di esistenza di un punto non stagionale del profilo, in cui l'accelerazione diventa infinita, e di linee limiti. Stabilità del flusso transonico rispetto a piccole variazioni del contorno del profilo nella regione supersonica, e a piccole variazioni del numero di Mach  $M_\infty$ . Caso della corrente sonica all'infinito. Flussi transonici attorno a profili alari simmetrici con onda d'urto staccata ( $M_\infty > 1$ ).*

Il problema dei profili alari . . . . .	Pag.	227
1 - Caso della corrente all'infinito subsonica ( $M_\infty < 1$ ) . . . . .	»	228
2 - Determinazione di classi di soluzioni dell'equazione del moto alle d'aire flussi transonici attorno a profili alari . . . . .	»	231
3 - Caratteristiche geometriche dei profili alari corrispondenti alle classi di soluzioni indicate nel n° 2 . . . . .	»	240
4 - Applicazione numerica . . . . .	»	251
5 - Flussi transonici attorno a ostacoli con poppa non cuspidata . . . . .	»	252
5-1 - Nuova espressione di un integrale particolare dell'equazione di Tomotika e Tamada . . . . .	»	252

5-2 - Proprietà della funzione $\Omega_{\epsilon}$ . . . . .	Pag. 463
5-3 - Metodo di Lighthill per la determinazione di flussi transonici da flussi di fluido incompressibile . . . . .	» 466
5-4 - Metodo di Lighthill nel caso dell'equazione di Chaplygin . . . . .	» 473
5-5 - Applicazione all'ostacolo derivato dall'ostacolo cilindrico circolare in corrente incompressibile . . . . .	» 475
6 - Costruzione di flussi transonici attorno a profili con formazione di onda d'urto attaccata . . . . .	» 481
7 - Problemi connessi colla formazione di onde d'urto nel flusso transonico attorno a profili alari . . . . .	» 496
7-1 - Configurazione dell'onda in vicinanza della linea sonica . . . . .	» 497
7-2 - Onde d'urto che arrivano alla linea sonica e separano da una regione subsonica una regione supersonica limitata. Caso A . . . . .	» 498
7-3 - Costruzione di una soluzione locale nell'intorno di $M_0$ . . . . .	» 505
7-4 - Onde d'urto che arrivano alla linea sonica e separano da una regione subsonica una regione supersonica limitata. Limitazione della accelerazione nella parte supersonica del profilo e possibili influenze sulle cause di formazione dell'onda . . . . .	» 508
7-5 - Onde d'urto che arrivano alla linea sonica e separano da una regione subsonica una regione supersonica. Caso B . . . . .	» 515
7-6 - Configurazione dell'onda in vicinanza del profilo . . . . .	» 520
8 - Possibilità di esistenza di un punto non singolare del profilo, in cui l'accelerazione diventa infinita, e di linee limiti . . . . .	» 543
8-1 - Punto con accelerazione finita . . . . .	» 544
8-2 - Linee limiti . . . . .	» 557
9 - Stabilità del flusso regolare rispetto a piccole variazioni del numero di Mach della corrente all'infinito. Teoremi di Morawetz e conseguenze che ne derivano per la possibilità di esistenza di un flusso regolare . . . . .	» 561
9-1 - Stabilità rispetto a piccole variazioni della forma del profilo. Teoremi I° e II° di Morawetz . . . . .	» 563
9-2 - Stabilità del flusso rispetto a piccole variazioni del numero di Mach della corrente asintotica. III° teorema di Morawetz . . . . .	» 574
9-3 - Conseguenze dei teoremi di Morawetz . . . . .	» 580
10 - Caso della corrente sonica all'infinito . . . . .	» 586

10-1 - Singolarità della funzione (di corrente, potenziale) nel punto del piano odografico immagine della $q_{\infty}$ . Funzione di Frankl-Guderley . . . . .	Pag. 387
10-2 - Non esistenza del flusso regolare per $M_{\infty} = 1$ . . . . .	» 394
10-3 - Soluzioni dell'equazione di Tricomi completamente regolari sulla 1 <sup>a</sup> caratteristica limite . . . . .	» 398
11 - Esempi di costruzione di flussi transonici attorno a profili alari per $M_{\infty} = 1$ . . . . .	» 405
12 - Flussi transonici attorno a profili alari con onda d'urto staccata ( $M_{\infty} > 1$ ) . . . . .	» 421
12-1 - Condizioni sulla polare d'urto . . . . .	» 424
12-2 - Esempio di determinazione di flusso transonico attorno a un profilo alare con onda d'urto staccata . . . . .	» 425
Bibliografia . . . . .	» 435

CAP. VI - « Studio del « problema diretto ». Casi semplici di soluzione del problema diretto. Posizione generale del problema per i profili alari. Metodi approssimati. Il « principio di equivalenza » e la « legge delle aree ».

1 - Problema diretto . . . . .	Pag. 439
2 - Problema di Roshko-Mackie . . . . .	» 440
3 - Problema di Weinstein e Cole . . . . .	» 452
3-1 - Caso della corrente all'infinito subsonica ( $M_{\infty} < 1$ ) . . . . .	» 455
3-2 - Caso della corrente all'infinito sonica ( $M_{\infty} = 1$ ) . . . . .	» 468
4 - Risultati teorici e sperimentali relativi alla prora a diedro . . . . .	» 473
5 - Problema di Guderley e Yoshihara . . . . .	» 486
6 - Profilo a quadrilatero. Caso di $M_{\infty} > 1$ : ricerche di Vincenti e Wagoner . . . . .	» 492
7 - Problemi asimmetrici . . . . .	» 498
7-1 - Profilo a rombo con incidenza: $M_{\infty} = 1$ . . . . .	» 499
7-2 - Profilo a rombo con incidenza: $M_{\infty} > 1$ . . . . .	» 510
7-3 - Profilo a rombo con incidenza. Risultati teorici e sperimentali . . . . .	» 511
8 - Profilo a lamina piana con incidenza . . . . .	» 517
9 - Problema diretto nel caso generale ( $M_{\infty} < 1$ ). Profilo ad arco di cerchio . . . . .	» 525
10 - Procedimenti approssimati di soluzione del problema diretto . . . . .	» 538
10-1 - Metodo O. G. S. A. . . . .	» 540
10-2 - Metodo di Spreiter e Alkase (per $M_{\infty} \leq 1$ e prossimo all'unità) . . . . .	» 567

11 - Metodo di Dorodnizin . . . . .	Pag. 574
12 - Problemi diversi. Campi attorno a solidi di rivoluzione e a solidi qualsiasi allungati. La legge delle aree. Il principio di equivalenza . . . . .	» 583
Bibliografia . . . . .	» 596

## APPENDICE

III-A - « <i>Riassunto delle principali proprietà delle funzioni ipergeometriche</i> ».	
parag. 1-2-3-4-5-6 . . . . .	» 601
IV-A - « <i>Tabelle dei coefficienti <math>a_{\nu, \lambda}</math>, <math>b_{\nu, \lambda}</math>, <math>c_{\pm \nu, \lambda}</math>, delle funzioni <math>g_{\nu}(\tau)</math>; <math>g_{\nu}^{(1)}(\tau)</math>; <math>g_{\pm \nu}^{(2)}(\tau)</math></i> » . . . . .	» 620
Indice degli Autori . . . . .	» 624
Addendum e Errata-corrige . . . . .	» 629