

GIORGIO FERRARISE
Ordinario nell'Università di Roma 1

LUGI STAZI
Assistente nell'Università di Roma 1

Lezioni di **Meccanica razionale**

VOLUME SECONDO

Seconda Edizione

PITAGORA EDITRICE BOLOGNA

INDICE

Capitolo VI

MECCANICA DEI SISTEMI

§ 1. GEOMETRIA DELLE MASSE

1. Momenti statici e centro di massa	343
2. Proprietà del baricentro	345
3. Schema discreto e schema continuo. Densità di massa	348
4. Baricentro di un triangolo e di un arco di circonferenza	350
5. Momenti di 2° ordine e tensore caratteristico	351
6. Prodotti d'inerzia	353
7. Momenti d'inerzia e tensore localmente associato	355
8. Ellissoide d'inerzia	327
9. Proprietà di simmetria. Caso di un cilindro omogeneo	359

§ 2. GRANDEZZE CINETICHE FONDAMENTALI

1. Quantità di moto di un sistema. Moto relativo al baricentro	363
2. Momento risultante delle quantità di moto	364
3. Energia cinetica. Teorema di König	365
4. Espressione del momento delle quantità di moto per un sistema rigido con un punto fisso	367
5. Espressione del momento delle quantità di moto nel caso rigido	370
6. Espressione dell'energia cinetica nel caso rigido	370
7. Legge di variazione di K_O e T rispetto al riferimento; caso generale	372

§ 3. GRANDEZZE DINAMICHE FONDAMENTALI

1. Sollecitazioni e loro leggi. Potenza e lavoro	375
2. Sollecitazioni conservative	377
3. Espressione della potenza nel caso rigido	380
4. Variazione della potenza in un cambiamento del riferimento	381

§ 4. CENNI SUL POTENZIALE NEWTONIANO

1. Generalità	382
2. Potenziale generato da una superficie sferica omogenea	383
3. Potenziale di una sfera piena omogeneamente stratificata	385
4. Potenziale di una sfera omogenea con cavità sferica	386
5. Solido di forma qualunque: potenziale in punti lontani	389

6. Potenziale newtoniano ed equazione di Poisson	391
--	-----

§ 5. EQUAZIONI CARDINALI DELLA MECCANICA

1. Forze interne ed esterne ad un sistema materiale	394
2. Equazioni cardinali della Meccanica	396
3. Carattere assoluto della potenza delle forze interne	397
4. Teoremi fondamentali	398

§ 6. QUALCHE APPLICAZIONE DELLE EQUAZIONI CARDINALI

1. Generalità	401
2. Sistemi isolati	401
3. Sistemi pesanti e teorema del moto del baricentro	403
4. Sistemi vincolati	404
5. Sistemi rigidi. Dipendenza del teorema dell'energia dalle equazioni cardinali	406
6. Solido libero	408
7. Solido con vincoli supplementari	411
8. Solido con asse fisso privo di attrito	412
9. Pendolo composto	414
10. Puro rotolamento di un cilindro su piano inclinato scabro	417
11. Solido con un punto fisso privo di attrito	419
12. Moti sferici alla Poincaré	421

§ 7. ELEMENTI DI DINAMICA DEI GIROSCOPI

1. Dinamica della trottola nell'approssimazione giroscopica	426
2. Equazioni di Signorini: formulazione di 2° ordine del problema principale	429
3. Analogia con la dinamica del punto su sfera priva di attrito	430
4. Formulazione del 3° ordine del problema principale	432
5. Equazioni intrinseche generali nel senso di Signorini	432
6. Principio dell'effetto giroscopico	436
7. Approssimazione giroscopica e soluzione esatta	437
8. Discussione qualitativa del moto della trottola	440
9. Incompatibilità del principio dell'effetto giroscopico con la dinamica della trottola	443

§ 8. ELEMENTI DI MECCANICA IMPULSIVA

1. Premesse e generalità	448
2. Equazioni cardinali	450
3. Applicazione al caso rigido	452
4. Urto puntiforme di due solidi liberi	454
5. Urto privo di attrito	456

Capitolo VII

FORMULAZIONI SINTETICHE DELLA MECCANICA DEI SISTEMI

§ 1. RELAZIONE SIMBOLICA

1. Atto di moto nominale e potenza nominale di una sollecitazione	459
---	-----

2. Equazione simbolica della Meccanica	460
3. Principio di indifferenza materiale	461
4. Sistemi vincolati. Velocità possibili e velocità virtuali	462
5. Esempi	464
6. Sistemi a vincoli perfetti	467
7. Relazione di D'Alembert-Lagrange. Principio dei lavori virtuali.	469

§2. MECCANICA DEI SISTEMI OLONOMI

1. Sistemi olonomi	472
2. Equazioni di moto di un sistema olonomo a vincoli perfetti.	474
3. Equazioni di Lagrange	476
4. Espressione lagrangiana dell'energia cinetica	478
5. Indipendenza del teorema dell'energia dalle equazioni di Lagrange	479
6. Sistemi lagrangiani generali	481
7. Sistemi parzialmente conservativi	483
8. Integrali primi tipici di un sistema lagrangiano	484
9. Lagrangiana ridotta	486
10. Potenziali generalizzati	488
11. Esempio di energia potenziale generalizzata: moto di una carica elettrica in un campo elettromagnetico	490
12. Funzione di dissipazione - Dissipazione completa	492
13. Spazio delle configurazioni e spazio degli eventi	494
14. Unificazione delle equazioni di moto e del teorema dell'energia	496

§3. PICCOLE OSCILLAZIONI DI UN SISTEMA OLONOMO CONSERVATIVO ATTORNO AD UNA CONFIGURAZIONE DI EQUILIBRIO STABILE

1. Equazioni linearizzate	500
2. Autovalori ed autodirezioni	501
3. Diagonalizzazione simultanea di T e V , ed integrazione delle equazioni linearizzate ..	503
4. Comportamento delle frequenze proprie in conseguenza dell'introduzione di vincoli. Teorema di RAYLEIGH	505
5. Comportamento delle frequenze proprie per aumento dell'inerzia o della rigidità.	509
6. Effetti di forze dissipative	510

§4. ELEMENTI DI MECCANICA ANALITICA

1. Trasformazione di un sistema lagrangiano normale in un sistema hamiltoniano	514
2. Trasformazione di un sistema hamiltoniano in un sistema lagrangiano	516
3. Parentesi di POISSON	518
4. Integrali primi tipici di un sistema hamiltoniano	519
5. Integrali primi e riduzione del rango	521
6. Riduzione del rango conseguente all'integrale dell'energia	522
7. Equazioni di ROUTH	523

§5. PRINCIPI VARIAZIONALI

1. Integrale di HAMILTON. Variazione prima	525
2. Principio di HAMILTON	529

3. Funzione principale di HAMILTON	530
4. Equazione di HAMILTON-JACOBI. Integrale completo	532
5. Caso stazionario. Principio di MAUPERTUIS-HAMILTON	534
6. Principio dell'azione stazionaria e principio di FERMAT	536
7. Principio di HAMILTON ampliato ai sistemi canonici	540
8. Il principio della minima costizione o del minimo sforzo di GAUSS	542

§6. CENNI SULLE TRASFORMAZIONI CANONICHE

1. Trasformazioni canoniche	546
2. Funzioni generatrici di trasformazioni canoniche	548
3. Parentesi di LAGRANGE e condizioni di canonicità	550
4. Condizioni di canonicità e parentesi di POISSON	553
5. Carattere unitario delle trasformazioni canoniche	557
6. Esempi di trasformazioni canoniche	558
7. Integrazione di un sistema hamiltoniano con il metodo di HAMILTON-JACOBI	559
8. Varietà delle fasi e teorema di LIOUVILLE	561
9. Integrazione dell'equazione di H.J. con il metodo della separazione delle variabili	564
10. Esempi di applicabilità del metodo della separazione delle variabili	565
11. Moti multiperiodici. Cenni sulle variabili di azione-angolo	571

Capitolo VIII

ELEMENTI DI MECCANICA GENERALE DEI CONTINUI

§1. CINEMATICA DEI SISTEMI CONTINUI

1. Generalità	577
2. Descrizioni lagrangiana ed euleriana del moto	579
3. Linee di corrente e linee di flusso. Moti stazionari	582
4. Una identità cinematica fondamentale. Teorema del trasporto	584
5. Conservazione della massa: equazione di continuità	586
6. Base e cobase naturali associate a coordinate lagrangiane. Componenti naturali	588
7. Velocità di deformazione e velocità angolare locale	591
8. Analisi dell'atto di moto di un generico sistema continuo	593
9. Digressione sui simboli di CHRISTOFFEL	595
10. Una notevole espressione del gradiente della velocità angolare	596

§2. DINAMICA DEI SISTEMI CONTINUI

1. Forze di volume e forze superficiali. Concetto di sforzo	599
2. Equazioni cardinali. Caratterizzazione degli sforzi nell'intorno di un punto	601
3. Equazioni indefinite. Caratterizzazione dei momenti di sforzo	604
4. Condizioni al contorno	606
5. Equazione simbolica della Meccanica dei continui ordinari	607
6. Forma esplicita dell'equazione simbolica. Potenza nominale delle forze intime	609
7. Teorema dell'energia. Potenza effettiva delle forze intime	611
8. Il 1° principio della termodinamica	613

§ 3. ELEMENTI DI GEOMETRIA DELLA DEFORMAZIONE

1. Caratteristiche di deformazione dello spostamento diretto	616
2. Coefficienti di dilatazione lineare e variazioni angolari	618
3. Ellissoide delle deformazioni	619
4. Coefficienti di dilatazione superficiali	623
5. Coefficiente di dilatazione cubica	624
6. Deformazioni infinitesime	625

§ 4. DINAMICA DEI FLUIDI

1. Indeterminazione dello schema meccanico. Fluidi perfetti	626
2. Teorema dell'energia per i fluidi perfetti	628
3. Forma euleriana delle equazioni fondamentali	629
4. Teorema di LAGRANGE sui vortici	630
5. Lemma di cinematica. Teorema di THOMSON	633
6. 1° teorema di HELMHOLTZ sui vortici	634
7. 2° teorema di HELMHOLTZ	636
8. Moti irrotazionali	637
9. Una conseguenza del sistema (37). Piccoli moti e velocità del suono	639
10. Moti stazionari. Teorema di BERNOULLI	640
11. Conseguenze del teorema di BERNOULLI	643
12. Moti irrotazionali e permanenti	644
13. Moti fluidi piani	645
14. Fluidi incomprimibili. Funzione di corrente	646
15. Moto piano irrotazionale di un fluido incomprimibile	647
16. Centri sui fluidi viscosi	648
17. Equazioni di moto di un fluido viscoso	650
Riferimenti bibliografici	653