

GIORGIO FERRARESE
Ordinario nell'Università di Roma I

LUIGI STAZI
Associato nell'Università di Roma I

Lezioni di Meccanica razionale

VOLUME PRIMO

Seconda Edizione

PITAGORA EDITRICE BOLOGNA

INDICE

Capitolo I

ELEMENTI DI CALCOLO VETTORIALE

§1. ALGEBRA DEI VETTORI

1. Segmenti orientati e vettori	1
2. Somma di vettori. Prodotto per uno scalare	2
3. Rappresentazione cartesiana dei vettori	4
4. Basi ortonormali. Prodotto scalare	7
5. Componente di un vettore secondo un dato orientamento	9
6. Prodotto vettoriale	10
7. Prodotto misto, doppio prodotto vettoriale	13

§2. ANALISI VETTORIALE

1. Funzioni vettoriali di una variabile scalare	16
2. Derivazione di una funzione vettoriale	18
3. Differenziale di una funzione vettoriale. Formula di TAYLOR	20
4. Integrazione di una funzione vettoriale	22
5. Campi vettoriali - Lemma di GREEN	23
6. Gradiente di un campo scalare	25
7. Divergenza e rotore di un campo vettoriale	27

§3. PROPRIETA' DIFFERENZIALI DI UNA CURVA

1. Vettore della tangente	30
2. Curvatura e normale principale. Triangolo principale	32
3. Torsione. Formule di FRENET	35
4. Elica circolare	39

§4. PROPRIETA' DIFFERENZIALI DI UNA SUPERFICIE

1. Base locale. Metrica	44
2. Simboli di CHRISTOFFEL	47
3. Formule fondamentali	48

4. Curvature di una linea	50
5. Geodetiche di una superficie	52
6. Equazioni differenziali delle geodetiche	54
7. Componenti contravarianti e covarianti	56
8. Linee di curvatura. Curvature media e totale	57
9. Simboli di CHRISTOFFEL e derivazione covariante. Differenziazione assoluta	59
10. Tensore di curvatura	62
11. Equazioni di compatibilità	65

§5. VETTORI APPLICATI

1. Momento di un vettore applicato rispetto ad una retta orientata	68
2. Momento di un vettore applicato rispetto ad un punto	69
3. Sistemi di vettori applicati: risultante e momento risultante	71
4. Legge di dipendenza del momento dal polo di riduzione	72
5. Sistemi a risultante non nulla. Asse centrale	74
6. Nozione di riducibilità	76
7. Sistemi di vettori applicati paralleli. Centro	79

Capitolo II

CINEMATICA DEL PUNTO

§1. GRANDEZZE FONDAMENTALI

1. Generalità sulla Meccanica razionale	81
2. Spazio e tempo	82
3. Moto e quiete	83
4. Elementi fondamentali del moto: traiettoria, equazione oraria	85
5. Moti uniformi. Velocità scalare	86
6. Moti uniformemente vari. Accelerazione scalare	88
7. Moti accelerati e moti ritardati	90
8. Velocità vettoriale	91
9. Accelerazione vettoriale	93
10. Componenti della velocità e dell'accelerazione in coordinate cartesiane	94
11. Moti composti	95
12. Cinematica e geometria	96

§2. ALCUNI MOTI PARTICOLARI

1. Moti piani in coordinate polari: velocità e accelerazione radiale e trasversa	99
2. Velocità areale nei moti piani	101
3. Moti centrali. Formula di BINET	103
4. Moti circolari	106
5. Moti armonici	107
6. Moti elicoidali uniformi	108
7. Moto odografo	110

Capitolo III

CINEMATICA RIGIDA

§1. SPOSTAMENTI RIGIDI

1. Generalità sugli spostamenti	111
2. Spostamenti rigidi	113
3. Angoli di EULERO	115
4. Espressione dei coseni direttori mediante gli angoli di EULERO	116
5. Spostamenti traslatori	118
6. Spostamenti rotatori	119
7. Qualche proprietà degli spostamenti rotatori	122
8. Spostamenti rigidi con un punto fisso	124
9. Vettore di rotazione e orientamento	126
10. Vettore caratteristico di una rotazione	127
11. Rotazioni con assi concorrenti in un punto: legge di composizione del vettore caratteristico	129
12. Spostamenti rigidi piani	132
13. Teorema di CHASLES sugli spostamenti rigidi	133
14. Espressione vettoriale dello spostamento locale	135
15. Asse di uno spostamento rigido	136

§2. MOTI RIGIDI

1. Moto simultaneo di due punti. Prima proprietà caratteristica dei moti rigidi	138
2. Velocità angolare	139
3. Formule di POISSON e velocità angolare	141
4. Formula fondamentale di cinematica rigida	142
5. Derivato temporale di una funzione vettoriale rispetto ad assi in moto	143
6. Forma canonica della velocità angolare	144
7. Proprietà della forma canonica	146
8. Atto di moto	149
9. Velocità di traslazione e asse di MOZZI in un generico moto rigido	150
10. Distribuzione delle accelerazioni in un moto rigido	152

§3. MOTI RIGIDI PARTICOLARI

1. Moti traslatori	154
2. Moti rigidi con un punto fisso. Moti rotatori	156
3. Moti rigidi piani	157
4. Moti rigidi con asse invariabile. Moti elicoidali	160
5. Moti rototraslatori	162
6. Moto elicoidale tangente. Equazioni parametriche dell'asse di MOZZI	163

Capitolo IV

CINEMATICA RELATIVA

§1. MOTI RELATIVI

1. Generalità. Velocità e accelerazione assoluta, relativa e di trascinamento	167
2. Teorema dei moti relativi	169
3. Teorema di CORIOLIS	170
4. Moti di trascinamento particolari	173
5. Moti rigidi relativi	175
6. Moto reciproco	176

§2. APPLICAZIONI VARIE AI MOTI RIGIDI

1. Espressione della velocità angolare mediante gli angoli di EULERO	178
2. Mutuo rotolamento di due superfici rigide. Velocità di strisciamento	179
3. Rappresentazione geometrica dei moti piani. Traiettorie polari	181
4. Profili coniugati	184
5. Rappresentazione geometrica di un generico moto rigido	185
6. Composizione di moti rotatori ad assi paralleli	186
7. Composizione di moti rotatori con assi concorrenti in un punto. Precessioni	188
8. Precessione regolare della terra	190

Capitolo V

MECCANICA DEL PUNTO

§1. MECCANICA DEL PUNTO LIBERO

1. Introduzione alla Dinamica	193
2. Legge di moto e principio d'inerzia. Scala dei tempi	195
3. Riferimenti inerziali	197
4. Principio di relatività galileiano	198
5. Principio di reazione	201
6. Riferimenti non inerziali e forze apparenti	202
7. Legge di una forza. Equazioni differenziali del moto	205
8. Postulato fondamentale sulle accelerazioni. Principio di additività	208
9. Elementi isolati: postulati per le accelerazioni, e massa dinamica	210
10. Vettore rappresentativo di una forza. Principio di reazione	211
11. Principio di invarianza della legge di una forza	213

§2. MECCANICA TERRESTRE

1. Peso e accelerazione di gravità	216
2. Moto nel vuoto per effetto della sola gravità	218
3. Caratterizzazione delle traiettorie	221
4. Problema principale del tiro	223
5. Influenza della rotazione terrestre sulla caduta dei gravi	226

6. Cenni sulla resistenza di mezzo.	233
7. Libera caduta di un grave nell'atmosfera	234
8. Moto di un grave su piano inclinato elastico	237

g3. PUNTO MATERIALE VINCOLATO

1. Nozione di vincolo. Schema punto vincolato.	240
2. Classificazione dei vincoli	242
3. Reazioni vincolari	245
4. Appoggio privo di attrito	247
5. Appoggio con attrito. Leggi dell'attrito statico e dinamico.	248
6. Soluzioni statiche. Posizioni di equilibrio	252

g4. TEOREMI GENERALI DELLA MECCANICA DEL PUNTO

1. Potenza di una forza. Lavoro.	254
2. Forze conservative.	256
3. Esempi di forze conservative	259
4. Forza ed impulso.	260
5. Varie forme dell'equazione fondamentale della dinamica del punto.	262
6. Teorema dell'energia	264
7. Integrali primi del moto. Casi tipici.	265
8. Integrale dell'energia	267
9. Cenni sulla stabilità del movimento.	269
10. Nozione di stabilità dell'equilibrio. Teorema di DIRICHLET	270

g5. ESEMPI E CASI SPECIALI

1. Equilibrio su retta priva di attrito, rotante uniformemente	274
2. Equilibrio su piattaforma orizzontale scabra, in moto rotatorio assegnato.	276
3. Equazioni cartesiane del moto ed equazioni intrinseche. Punto materiale libero.	277
4. Moto spontaneo su superficie.	279
5. Moto su curva assegnata priva di attrito. Caso conservativo	282
6. Equazioni di LAGRANGE	285
7. Piccole oscillazioni attorno ad una posizione di equilibrio stabile	289
8. Discussione qualitativa del moto attraverso l'integrale dell'energia.	290
9. Stim del periodo nel caso oscillatorio.	295
10. Pendolo semplice.	298
11. Esame qualitativo del moto del pendolo.	301
12. Significato della linearizzazione	303
13. Moto di un punto su traiettoria scabra.	305

g6. MOTO DI UN PUNTO SU SUPERFICIE ASSEGNATA

1. Moto su superficie priva di attrito.	307
2. Caso di una superficie di rotazione. Teorema di CLARAUT	311
3. Discussione del moto attraverso gli integrali primi dell'energia e dell'impulso	313
4. Pendolo sferico	314
5. Pendolo di FOUCAULT	319
6. Caso di una superficie assegnata in forma implicita.	323
7. Moto su superficie scabra	325

§7. MOTI CENTRALI E PROBLEMA RISTRETTO DI DUE PUNTI ISOLATI

1. Moti centrali. Equazione differenziale delle traiettorie	326
2. Esame qualitativo del moto: forze attrattive e repulsive.	327
3. Moto di due punti isolati: riduzione ad un problema ristretto.	332
4. Problema ristretto dei due corpi.	334
5. Moto di un satellite artificiale. Velocità di fuga.	339