

Quaderni dell'Unione Matematica Italiana

37

J. Kijowski

**ELASTICITÀ FINITA
E RELATIVISTICA:**
introduzione ai
metodi geometrici
della teoria dei campi

a cura di

D. Bambusi e G. Magli

Pitagora Editrice • Bologna 1991

INDICE

Prefazione	pag. 5
------------------	--------

Parte I. MECCANICA DEI MATERIALI ELASTICI

Capitolo 1. Introduzione ai fondamenti geometrici della meccanica dei continui.

1.1 La meccanica dei continui come teoria di campo	pag. 7
1.2 Spazio fisico e spazio materiale	pag. 8
1.3 Campi covarianti e "pull-back"	pag. 10

Capitolo 2. Descrizione lagrangiana della statica.

2.1 Struttura metrica dello spazio ambiente e dello spazio materiale	pag. 13
2.2 Tensore delle deformazioni	pag. 17
2.3 Approssimazione lineare del tensore delle deformazioni	pag. 20
2.4 Energia interna	pag. 22
2.5 Equazioni dell'equilibrio statico di un materiale elastico	pag. 24
2.6 Relazione sforzi-deformazione (stress-strain relations)	pag. 28
2.7 Equazioni dell'equilibrio elastico in approssimazione lineare	pag. 33
2.8 Tensore della elasticità	pag. 37
2.9 Descrizione alternativa delle deformazioni	pag. 38

Capitolo 3. Descrizione lagrangiana della dinamica.

3.1 Cinematica	pag. 41
3.2 Equazioni del moto	pag. 41
3.3 Onde elastiche e relazioni di dispersione	pag. 44
3.4 Problemi al contorno in elasticità lineare	pag. 48
3.5 Forma hamiltoniana delle equazioni dinamiche	pag. 51
3.6 Formulazione hamiltoniana della elasticità lineare	pag. 56
3.7 Tensore energia-momento e teorema di Nöther	pag. 58
3.8 Teorema di Rosenfeld-Belinfante	pag. 62

Capitolo 4. Descrizione euleriana.

4.1 Cinematica	pag. 63
4.2 Principio variazionale	pag. 67
4.3 Momenti coniugati	pag. 69
4.4 Teorema di Nöther	pag. 71
4.5 Equazioni di Eulero	pag. 72
4.6 Equazioni di Eulero per i fluidi	pag. 75

Capitolo 5. Elasticità relativistica.

5.1 Spazio-tempo relativistico	pag. 77
5.2 Cinematica	pag. 79
5.3 Tensore delle deformazioni	pag. 83
5.4 Energia interna e densità lagrangiana	pag. 85
5.5 Tensore di Piola-Kirchhoff. Stress-strain relations	pag. 87
5.6 Tensore energia-momento	pag. 89
5.7 Equazioni del moto e teorema di Nöther	pag. 93
5.8 Conservazione dell'energia	pag. 96
5.9 Idrodinamica dei fluidi perfetti	pag. 97
5.10 Descrizione alternativa delle deformazioni	pag. 98
5.11 Il limite non relativistico	pag. 100
5.12 Interazione di un solido elastico con il proprio campo gravitazionale	pag. 103
5.13 Descrizione lagrangiana della elasticità relativistica	pag. 107

Capitolo 6. Elementi di termo-elasticità relativistica.

6.1 Termodinamica relativistica dei processi adiabatici	pag. 115
6.2 Un modello della conduzione del calore in termo-elasticità relativistica	pag. 119
6.3 Onde termo-elastiche	pag. 124

Capitolo 7. Teoria delle piastre e delle membrane.

7.1 Struttura geometrica dello spazio materiale bidimensionale	pag. 129
7.2 Calcolo della deformazione trasversale	pag. 132
7.3 Calcolo della configurazione degli strati del materiale.	pag. 136
7.4 Deformazione esterna	pag. 137
7.5 Energia elastica di una piastra	pag. 139
7.6 Principio variazionale del secondo ordine	pag. 141
7.7 Relazioni sforzo-deformazione per la teoria del secondo ordine	pag. 143
7.8 Dinamica delle piastre elastiche	pag. 146
7.9 Approssimazione lineare dei tensori di deformazione	pag. 147
7.10 Determinazione della energia interna di una piastra a partire dalle proprietà elastiche del materiale tridimensionale	pag. 151
7.11 Piccole oscillazioni delle piastre	pag. 155

Parte II. STRUMENTI GEOMETRICI DELLA TEORIA DEI CAMPI

Capitolo 8. Strutture fondamentali della geometria.

8.1 Varietà differenziabile	pag. 157
8.2 Spazio tangente. Vettori	pag. 158
8.3 Notazione fisica	pag. 160
8.4 I vettori come operatori differenziali del primo ordine	pag. 161
8.5 Applicazione Tangente ("Push-forward")	pag. 163
8.6 Spazio cotangente. Covettori	pag. 164

8.7 Prodotto tensoriale	pag. 165
8.8 Multicovettori. Prodotto esterno ed interno	pag. 167
8.9 Pull-back dei multicovettori	pag. 172
8.10 Densità scalari e densità vettoriali	pag. 173
8.11 Fibrato tangente, campi vettoriali, parentesi di Lie	pag. 175
8.12 Fibrato cotangente. Forme differenziali. Derivata esterna	pag. 177
8.13 Integrazione di una k -forma e teorema di Stokes	pag. 179
8.14 Sistemi dinamici e derivata di Lie	pag. 182

Capitolo 9. Geometria riemanniana e connessioni simmetriche.

9.1 Metrica	pag. 191
9.2 Integrazione ed altre strutture indotte dalla metrica	pag. 193
9.3 Geometria riemanniana tridimensionale. Analisi vettoriale	pag. 197
9.4 Elementi di calcolo operatoriale	pag. 199
9.5 Strutture affini globali e locali: connessioni simmetriche	pag. 205
9.6 Connessione di Levi-Civita	pag. 211
9.7 Linee geodetiche e coordinate di Gauss	pag. 212
9.8 Curvatura	pag. 214
9.9 Curvatura esterna o seconda forma fondamentale	pag. 221
9.10 Derivata di Lie della metrica e della connessione. Equazione di Killing	pag. 227

Capitolo 10. Elementi di geometria simplittica.

10.1 Elementi di teoria simplittica del controllo	pag. 231
10.2 Formulazione simplittica della dinamica delle particelle	pag. 236
10.3 Formalismo simplittico per la teoria dei campi	pag. 240

Note bibliografiche	pag. 249
Indice analitico	pag. 251