

SERGIO INVERNIZZI MAURIZIO RINALDI
ANDREA SGARRO

MODULI DI
**MATEMATICA
e STATISTICA**

ZANICHELLI

Indice

Prefazione

ix

1. Dati, frequenze, probabilità

1

1.1	Dati sperimentali	1
1.1.1	Scale di misura	1
1.2	Dati simulati	3
1.2.1	Numeri casuali, distribuzioni uniformi	3
1.2.2	Distribuzioni non uniformi	5
1.3	Frequenze assolute e relative	6
1.3.1	Istogrammi	8
1.3.2	Areogrammi	8
1.4	Spazio campionario	12
1.5	Probabilità	13
1.5.1	Regole di calcolo	16
1.5.2	Probabilità condizionata	19
1.5.3	Indipendenza	19
1.5.4	Formulario riassuntivo	24
1.5.5	Campionamenti casuali	25
1.6	Variabili aleatorie finite	29
1.6.1	Valore atteso e varianza	30
1.6.2	Formule per il valore atteso e la varianza	32
1.6.3	Correlazione	35
1.6.4	Teorema di Chebyshev	36
1.6.5	Distribuzione binomiale o di Bernoulli	37
1.6.6	Legge dei grandi numeri	39
1.6.7	Stime formali	40
1.6.8	Funzioni di simulazione e di distribuzione	41
1.7	Questo capitolo nel CD	45
1.8	Risposte e suggerimenti	47

2. Derivata e integrale

49

2.1	Il problema delle tangenti	49
2.2	La derivata in un punto	50
2.3	La derivata come funzione	58
2.4	Derivata di alcune funzioni base	59
2.4.1	Derivata di $x \mapsto ax^2$	60
2.4.2	Derivata di $x \mapsto 1/x$	61

2.4.3	Derivata dell'esponenziale	62
2.4.4	Derivata del seno	64
2.4.5	Derivata del coseno	65
2.5	Regole di derivazione	65
2.5.1	Derivata della somma	65
2.5.2	Derivata del prodotto	66
2.5.3	Derivata delle funzioni composte	67
2.5.4	Derivata del quoziente	70
2.5.5	Derivata dell'inversa	71
2.5.6	Applicazioni	71
2.6	Derivate di ordine superiore	73
2.7	Applicazioni numeriche delle derivate	76
2.7.1	Soluzione numerica delle equazioni	76
2.7.2	Interpolazione	78
2.7.3	Funzioni crescenti e decrescenti	83
2.7.4	Funzioni convesse e concave	83
2.8	Il problema dell'area	85
2.9	Calcolo numerico degli integrali	86
2.9.1	Metodi di interpolazione	86
2.9.2	Metodo dei rettangoli	86
2.9.3	Metodo dei trapezi	87
2.9.4	Metodo Monte-Carlo	90
2.10	Il problema inverso delle tangenti	94
2.10.1	La formula di Torricelli	95
2.10.2	Calcolo esatto di integrali	96
2.10.3	Calcolo di integrali indefiniti	98
2.10.4	Soluzione del problema inverso delle tangenti	101
2.11	Estensione del concetto di integrale	102
2.11.1	Funzione integranda che cambia segno	103
2.11.2	Inversione degli estremi di integrazione	106
2.12	Questo capitolo nel CD	107
2.13	Risposte e suggerimenti	109

3. Problemi asintotici 113

3.1	Introduzione	113
3.2	Comportamento asintotico delle funzioni	113
3.2.1	Comportamento per x molto grande	113
3.2.2	Comportamento per x molto grande negativo	119
3.2.3	Esplosione in un punto	120
3.2.4	Crescita esponenziale e polinomiale	120
3.3	Le successioni e le serie	122
3.3.1	La serie geometrica	123
3.3.2	La serie armonica	124
3.4	Gli integrali impropri	125
3.4.1	Integrale su tutta la retta	127
3.4.2	Funzioni di densità e variabili aleatorie continue	128
3.4.3	Il valore atteso	129
3.5	Questo capitolo nel CD	130
3.6	Risposte e suggerimenti	130

4. Stime statistiche e test	131
4.1 Campionamenti statistici e media campionaria	131
4.2 Varianza e covarianza campionarie	134
4.2.1 La varianza campionaria	134
4.2.2 La covarianza campionaria	136
4.3 Popolazioni normali	138
4.4 Stime intervallari della media normale	143
4.5 Test statistici	148
4.6 Il test di Student	150
4.7 Il test di Fisher	151
4.8 Il test del χ^2 di adeguamento	154
4.9 Il test del χ^2 di indipendenza	159
4.10 Questo capitolo nel CD	161
4.11 Risposte e suggerimenti	162
Appendice: tabelle statistiche	163
5. Vettori e matrici	165
5.1 Introduzione	165
5.2 Vettori nel piano	165
5.2.1 Operazioni con i vettori nel piano	166
5.3 Vettori, rette e piani nello spazio	171
5.3.1 Prodotto vettoriale	175
5.4 Salendo con la dimensione	177
5.5 Coordinate polari	179
5.6 I numeri complessi	180
5.6.1 Forma polare	182
5.7 Matrici	186
5.7.1 Moltiplicazione per un numero e addizione di matrici	187
5.8 Sistemi lineari	188
5.8.1 Sistemi lineari e prodotto matrice-vettore	189
5.8.2 Metodo di Gauss-Jordan	191
5.8.3 Applicazioni del metodo di Gauss-Jordan	194
5.8.4 Sistemi lineari in parallelo e prodotto di matrici	197
5.8.5 Risoluzione di sistemi lineari in parallelo	199
5.9 Matrici identità, matrici inverse e determinanti	200
5.9.1 Il caso 2×2	201
5.9.2 Calcolo della matrice inversa: esempi	201
5.9.3 Matrici, calcolatrici e trasposizione	205
5.9.4 Determinante di matrici 3×3	206
5.10 Autovalori ed autovettori	208
5.10.1 Ricerca degli autovalori	210
5.11 Sistemi sovradeterminati e retta dei minimi quadrati	213
5.12 Questo capitolo nel CD	217
5.13 Risposte e suggerimenti	218

6. Equazioni e modelli	221
6.1 Crescita logistica ed equazioni differenziali	221
6.1.1 Campi di pendenze	226
6.1.2 Equazioni differenziali di ordine superiore	227
6.2 Risoluzione di equazioni differenziali	227
6.2.1 Metodi <i>ad hoc</i>	228
6.2.2 Metodo di separazione delle variabili	230
6.3 Equazioni lineari a coefficienti costanti	232
6.3.1 Il caso omogeneo	232
6.3.2 Il caso non omogeneo	238
6.4 Linearizzazione di un'equazione e stabilità	238
6.5 Metodi numerici: la spezzata di Eulero	240
6.5.1 $\asymp$ Il metodo dei rettangoli ed il metodo dei trapezi	242
6.6 Modelli 1-dimensionali	243
6.6.1 Cinetica chimica	246
6.7 Salendo con la dimensione	248
6.7.1 Modelli SIR	248
6.8 Sistemi di equazioni lineari a coefficienti costanti	253
6.8.1 Il caso 2×2	254
6.8.2 Equazioni differenziali del secondo ordine e sistemi del primo ordine	257
6.8.3 $\asymp$ Il metodo della spezzata di Eulero nel caso lineare	258
6.8.4 Reazioni chimiche consecutive	259
6.9 $\asymp$ La trasformata di Laplace	261
6.9.1 Equazioni lineari a coefficienti costanti	263
6.9.2 Convoluzione e soluzione di equazioni differenziali	265
6.9.3 Trasformata di Laplace e sistemi lineari di equazioni differenziali	266
6.10 Questo capitolo nel CD	269
6.11 Risposte e suggerimenti	270
7. Grafi e complessità	273
7.1 Esempi di grafi	273
7.2 Codifica dei grafi	279
7.3 Alberi e connessione	282
7.4 Complessità polinomiali e complessità esponenziali	286
7.5 Cicli di Eulero e problemi trattabili	289
7.6 Cicli di Hamilton e problemi intrattabili	292
7.7 Classi di complessità	294
7.8 Questo capitolo nel CD	300
7.9 Risposte e suggerimenti	300