

Ettore Cascarini

Lineamenti di logica matematica



Feltrinelli Editore Milano

Indice

Pagina	9	<i>Avvertenza al lettore</i>
	17	<i>Introduzioni</i>
	19	I. <i>Elementi di analisi logica</i>
	19	1. <i>Elementi categorematici e sincategorematici.</i>
	19	2. <i>Enunciati, soggetti, predicati.</i>
	21	3. <i>Segni, intensione, estensione.</i>
	25	4. <i>Nomi e forme.</i>
	26	5. <i>I connettivi.</i>
	28	6. <i>Le funzioni di verità.</i>
	32	7. <i>Gli operatori.</i>
	36	8. <i>Funzione di quantificazione.</i>
	39	II. <i>Elementi di metalogica</i>
	39	9. <i>Teorie e metateorie.</i>
	40	10. <i>Linguaggi.</i>
	42	11. <i>Segni ed espressioni.</i>
	43	12. <i>Interpretazione.</i>
	44	13. <i>Enunciati giusti.</i>
	45	14. <i>Derivabilità e conseguenza.</i>
	49	15. <i>Sistemi deduttivi.</i>
	51	16. <i>Livelli logici.</i>
	52	17. <i>Abbreviazioni metalinguistiche.</i>
	55	<i>Parte prima</i>
		<i>La logica degli enunciati</i>
	57	I. <i>Il linguaggio $\mathcal{L}$</i>
	57	1. <i>Segni di $\mathcal{L}$.</i>
	58	2. <i>Espressioni di $\mathcal{L}$.</i>

61	II. <i>Il calcolo $\mathcal{RC}$</i>
61	3. <i>Il sistema di Hilbert-Bernays.</i>
63	4. <i>Dimostrazione e tesi.</i>
64	5. <i>Esempi di dimostrazioni.</i>
66	6. <i>Semplificazioni.</i>
69	7. <i>Alcune importanti tesi.</i>
72	III. <i>Il linguaggio formalizzato $\mathcal{LC}$</i>
72	8. <i>Interpretazione e valore.</i>
73	9. <i>Modello.</i>
74	10. <i>Validità, soddisfacibilità.</i>
75	11. <i>Insiemi di espressioni.</i>
76	12. <i>Coincidenza.</i>
79	13. <i>Tavole.</i>
82	IV. <i>Rimpiazzamento, dualità, forme normali</i>
82	14. <i>Rimpiazzamento.</i>
85	15. <i>Espressioni rappresentanti</i>
86	16. <i>Espressioni ridotte, semiregolari e regolari.</i>
90	17. <i>Espressioni opposte.</i>
91	18. <i>Dualità.</i>
92	19. <i>Forme normali congiuntive e alternative.</i>
93	20. <i>Proprietà delle forme normali.</i>
95	V. <i>Derivabilità e conseguenza</i>
95	21. <i>Derivabilità.</i>
98	22. <i>Conseguenza.</i>
98	23. <i>Proprietà elementari di $\vdash$ e di $\vDash$.</i>
100	24. <i>Riduzione.</i>
101	25. <i>Casi limite.</i>
102	26. <i>I teoremi di deduzione.</i>
105	27. <i>I teoremi sintattici di finitezza.</i>
108	28. <i>I teoremi semantici di finitezza.</i>
113	VI. <i>Validità e completezza</i>
113	29. <i>Il problema fondamentale della logica degli enunciati.</i>
115	30. <i>Il teorema di validità.</i>
116	31. <i>Il teorema di completezza e i teoremi fondamentali.</i>
122	VII. <i>La deduzione naturale</i>
122	32. <i>Calcoli logici e calcoli naturali.</i>
124	33. <i>Le regole della deduzione naturale.</i>
126	34. <i>La relazione di derivabilità naturale.</i>
126	35. <i>Esempi di derivazione naturale.</i>
131	36. <i>Il teorema fondamentale generale.</i>

133	37. Teorema generale di validità.
135	38. Insiemi non-contraddittori massimali.
139	39. Il teorema generale di completezza.
141	VIII. <i>Decisione e indipendenza</i>
141	40. Il problema della decisione.
144	41. Matrici.
145	42. Indipendenza.
149	43. Alcuni altri sistemi logistici.
151	<i>Parte seconda</i>
	<i>La logica dei predicati</i>
153	I. <i>Il linguaggio</i>
153	44. Segni di $\mathcal{L}$.
154	45. Espressioni di $\mathcal{L}$.
155	46. Variabili libere e variabili vincolate.
157	II. <i>Il calcolo $\mathcal{L}\mathcal{B}$</i>
157	47. Assiomi di $\mathcal{L}\mathcal{B}$.
158	48. La sostituzione.
162	49. La quantificazione.
163	50. Il sistema $\mathcal{L}\mathcal{B}$.
166	51. Esempi di dimostrazione.
171	52. Varianti di $\mathcal{L}\mathcal{B}$.
173	53. Alcune importanti tesi.
175	III. <i>Il linguaggio formalizzato $\mathcal{L}^{\mathcal{B}}$</i>
175	54. Universi.
177	55. Interpretazione e valore.
179	56. Modello, soddisfacibilità, validità.
180	57. Coincidenza.
182	58. Conversione.
185	IV. <i>Teoria cardinale degli universi</i>
185	59. Interpretazioni omomorfe ed isomorfe.
186	60. Modelli e omomorfia.
188	61. Soddisfacibilità e omomorfia.
189	62. Soddisfacibilità e omomorfia.
190	63. Teorema di Löwenheim.
192	64. Il teorema di Löwenheim-Skolem.
196	V. <i>Rimpiazzamento, dualità, forme normali</i>
196	65. Rimpiazzamento.
197	66. Espressioni ridotte, semiregolari, regolari, distinte.
199	67. Espressioni duali ed espressioni opposte.

8.4.1	From M to M_0	219
8.4.2	Vertex Traversal	223
8.4.3	*Complexity	237
8.5	Summary	237
	Bibliographic Remarks	238
	Exercises	238
9	Quantifier-Free Equality and Data Structures	241
9.1	Theory of Equality	242
9.2	Congruence Closure Algorithm	244
9.2.1	Relations	245
9.2.2	Congruence Closure Algorithm	247
9.3	Congruence Closure with DAGs	251
9.3.1	Directed Acyclic Graphs	251
9.3.2	Basic Operations	254
9.3.3	Congruence Closure Algorithm	255
9.3.4	Decision Procedure for T_E -Satisfiability	256
9.3.5	*Complexity	258
9.4	Recursive Data Structures	259
9.5	Arrays	263
9.6	Summary	265
	Bibliographic Remarks	266
	Exercises	267
10	Combining Decision Procedures	269
10.1	Combining Decision Procedures	269
10.2	Nelson-Oppen Method: Nondeterministic Version	271
10.2.1	Phase 1: Variable Abstraction	271
10.2.2	Phase 2: Guess and Check	273
10.2.3	Practical Efficiency	274
10.3	Nelson-Oppen Method: Deterministic Version	276
10.3.1	Convex Theories	276
10.3.2	Phase 2: Equality Propagation	278
10.3.3	Equality Propagation: Implementation	282
10.4	*Correctness of the Nelson-Oppen Method	283
10.5	*Complexity	287
10.6	Summary	288
	Bibliographic Remarks	288
	Exercises	288
11	Arrays	291
11.1	Arrays with Uninterpreted Indices	292
11.1.1	Array Property Fragment	292
11.1.2	Decision Procedure	294
11.2	Integer-Indexed Arrays	299

286	III. <i>La teoria dei tipi</i>
286	97. <i>Il calcolo assoluto.</i>
288	98. <i>I tipi.</i>
290	99. <i>Il linguaggio $\mathfrak{P}_\omega$.</i>
291	100. <i>Il calcolo $\mathfrak{C}\mathfrak{P}_\omega$.</i>
293	101. <i>Universi e interpretazioni.</i>
294	102. <i>Il teorema di Henkin.</i>
297	103. <i>Azioni di estensionalità, comprensione e scelta.</i>
299	<i>Note bibliografiche</i>
303	<i>Bibliografia</i>
315	<i>Indice analitico</i>
317	<i>Indice degli Autori</i>