

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Ida Cattaneo Gasparini

Professore Ordinario di Complementi di Geometria e Algebra

Strutture algebriche operatori lineari

MASSON 
editoriale Veschi
1994

INDICE

INTRODUZIONE	Pag.	1
Cap. I - OPERAZIONI TRA INSIEMI	"	3
1. Notazioni e nomenclature	"	3
2. Operazioni tra insiemi	"	5
3. Prodotto cartesiano	"	9
4. Relazione di equivalenza	"	10
5. Insieme quoziente	"	12
6. Applicazioni	"	16
7. Composizione di applicazioni	"	20
8. Insiemi equipotenti	"	23
9. Partizione di un insieme e applicazioni	"	23
10. Trasformazioni di un insieme A	"	25
11. Leggi di composizione	"	26
12. Esercizi	"	29
13. Struttura algebrica di un insieme	"	30
14. Algebra di Boole	"	34
15. Omomorfismo - Isomorfismo	"	38
16. Esempi	"	40
17. Esercizi	"	41
Cap. II - GRUPPI - ANELLI - CAMPI	"	42
1. Gruppi	"	42
2. Conseguenze algebriche della definizione di gruppo	"	44
3. Rappresentazione di gruppi finiti	"	46
4. Gruppo delle isometrie e delle simmetrie	"	48
5. Esempi ed Esercizi	"	50
6. Sottogruppi	"	53
7. Omomorfismi - Isomorfismi - Automorfismi di un gruppo G	"	54
8. Esercizi	"	57

9. Traslazioni a destra e a sinistra. Teorema di Cayley	Pag.	58
10. Anelli	"	60
11. Omonorfismi - Isomorfismi - Automorfismi di Anelli	"	63
12. Campi	"	64
 Cap. III - SPAZI VETTORIALI	"	68
1. Nozione di spazio vettoriale	"	68
2. Esempi di spazi vettoriali	"	70
3. Esercizi	"	73
4. Semplici conseguenze degli assiomi di spazio vettoriale	"	73
5. Dipendenza e indipendenza lineare	"	74
6. Dimensione di uno spazio vettoriale	"	77
7. Esempi	"	79
8. Relazioni tra le componenti del vettore somma di più vettori e le componenti dei vettori addendi	"	82
9. Sottospazi vettoriali	"	84
10. Sottospazi generati da r vettori indipendenti	"	85
11. Somma di due spazi vettoriali	"	87
12. Cambiamenti di base in E_n . Legge di trasformazione delle componenti di un vettore	"	90
 Cap. IV - APPLICAZIONI LINEARI TRA SPAZI VETTORIALI	"	92
1. Applicazioni lineari	"	92
2. Esempi di applicazioni lineari	"	92
3. Immediate proprietà delle applicazioni lineari	"	94
4. Esercizi	"	95
5. Omonorfismi e isomorfismi tra spazi vettoriali	"	96
6. Immagine, rango, nucleo di una applicazione lineare	"	98
7. Esercizi	"	101
8. Spazio vettoriale quoziente	"	102
9. Spazio vettoriale delle applicazioni lineari di E in F	"	103
10. Legami tra applicazioni lineari e matrici	"	104
11. Relazioni tra le componenti dei vettori trasformati	"	106
12. Esercizi	"	107
13. Sistemi di equazioni lineari. Rango e nullità di una applicazione di K^n in K^m	"	108

14. Endomorfismo e operatori lineari di E_n	Pag. 110
15. Proiettori	" 111
16. Esercizi	" 112
17. Rappresentazione di un endomorfismo mediante una matrice. Matrice associata all'endomorfismo prodotto	" 114
18. Endomorfismo inverso	" 115
19. Rappresentazione di uno stesso operatore in basi diverse	" 115

Cap. V - AUTOVALORI E AUTOVETTORI DI UN OPERATORE LINEARE. FORMA CANONICA E TEOREMI DI DECOMPOSIZIONE

1. Autovalori e autovettori di un operatore	" 118
2. Polinomio caratteristico di una matrice	" 120
3. Espressioni di alcuni coefficienti del polinomio caratteristico	" 121
4. Esercizi	" 122
5. Esame degli autovalori di un endomorfismo A	" 122
6. Esercizi	" 123
7. Endomorfismi diagonalizzabili	" 124
8. Endomorfismi riducibili	" 127
9. Esercizi	" 127
10. Caratterizzazione degli endomorfismi diagonalizzabili	" 129
11. Successione di sottospazi a bandiera indotta da A	" 130
12. Interpretazione del teorema in termini di matrici. Forma triangolare	" 132
13. Struttura di endomorfismi nilpotenti	" 133
14. Esercizi	" 140
15. Decomposizione di E_n in somma diretta di sottospazi invarianti per A	" 141
16. Autovettori generalizzati	" 145
17. Riduzione a forma canonica di Jordan di un endomorfismo A	" 146
18. Polinomi di operatori e di matrici	" 152
19. Esercizi	" 153
20. Polinomi annullatori	" 153
21. Esercizi	" 156
22. Polinomio minimo	" 156
23. Calcolo del polinomio minimo	" 157
24. Esercizi	" 159

Cap. VI - SPAZIO DUALE	Pag. 163
1. Forme lineari	* 163
2. Esempi	* 163
3. Spazio duale	* 164
4. Cambiamenti di base di E_n e di E_n^* . Vettori controvarianti e covarianti	* 166
5. Bidualita'	* 168
Cap. VII - SPAZI VETTORIALI EUCLIDEI E SPAZI UNITARI	* 169
1. Spazi vettoriali euclidei	* 169
2. Espressione analitica del prodotto scalare	* 171
3. Ortogonalita' e norma	* 172
4. Spazi propriamente euclidei. Prodotto scalare definito positivo	* 172
5. Disuguaglianza di Schwarz	* 173
6. Angolo di due vettori Distanza	* 174
7. Esercizi	* 175
8. Sistemi di vettori ortonormali	* 176
9. Espressione del prodotto scalare di due vettori in una base ortonormale. Coefficienti di Fourier	* 178
10. Esercizi	* 179
11. Approssimazione di una funzione mediante polinomi ortonormali	* 181
12. Supplementari ortogonali	* 182
13. Isomorfismo tra spazi vettoriali euclidei	* 183
14. Spazi vettoriali unitari o di Hilbert	* 185
15. Espressione analitica del prodotto hermitiano	* 186
16. Aggiunta di un operatore lineare	* 187
17. Operatori autoaggiunti	* 188
18. Operatori unitari	* 190
19. Operatori normali	* 192
20. Commutativita' tra operatori	* 195
Cap. VIII - APPLICAZIONI MULTILINEARI E TENSORI	* 196
1. Applicazioni multilineari e tensori	* 196
2. Prodotto tensoriale di due spazi vettoriali. Tensori doppi covarianti	* 196
3. Tensori doppi controvarianti. Tensori misti	* 199
4. Prodotti tensoriali di piu' spazi vettoriali	* 200

5. Cambiamenti di base in $E_n^{(p)} \otimes E_n^{(q)}$	Pag. 201
6. Tensori simmetrici e tensori antisimmetrici	" 204
7. Operazioni algebriche sui tensori	" 207
8. Criterio per riconoscere il carattere tensoriale di un ente	" 211
9. Identificazione di uno spazio vettoriale euclideo E_n con lo spazio duale E_n^* . Tensori associati	" 214
10. Tensore degli sforzi	" 216
11. Simmetria e antisimmetria di un operatore lineare in uno spazio vettoriale euclideo	" 219
 Cap. IX - ALGEBRA ESTERNA	" 222
2. Prodotto esterno	" 224
3. Prodotto esterno e dipendenza lineare. Tensori antisimmetrici decomponibili	" 227
4. Cambiamenti di base. Modo di trasformarsi delle componenti di un tensore antisimmetrico	" 233
5. Tensori dello spazio euclideo. Operatore	" 237
 Cap. X - CAMPI DI TENSORI, FORME DIFFERENZIALI	" 240
2. Forme differenziali esterne	" 246
3. Forme differenziali riferite alla co-base naturale	" 248
4. Integrazione e forme differenziali	" 249
5. Differenziazione esterna	" 250
6. Forme chiuse e forme esatte	" 253
 Cap. XI - INTRODUZIONE ALL'ANALISI TENSORIALE SULLE VARIETA'	" 255
2. Varietà differenziabili	" 260
3. Esempi di varietà differenziabili	" 261
4. Funzioni scalari definite su una varietà	" 268
5. Campi di vettori	" 269
6. Spazio tangente a M in p	" 271
7. Spazio duale	" 273
8. Campi di tensori	" 274
9. Connessione lineare	" 274
10. Parallelismo	" 277
11. Curve autoparallele o curve geodetiche rispetto a una connessione assegnata	" 279

12. Varietà Riemanniana	Pag. 280
13. Connessione Riemanniana	" 281
 Cap. XII - ESERCIZI SU COORDINATE CURVILINEE E CAMPI DI TENSORI	 " 283
 APPENDICE	 " 291
1) Studio dei sistemi di equazioni differenziali ordinarie a coefficienti costanti	" 291
2) Equazioni differenziali lineari di ordine n	" 293
3) Spazi unitari e spazi euclidei di dimensione infinita	" 294
 BIBLIOGRAFIA	 " 295

Introduzione alla III Edizione.

In questa III edizione e' stata ampliata la parte riguardante l'algebra tensoriale introducendo lo studio dei campi di tensori e delle forme differenziali.