

Saunders Mac Lane
Garrett Birkhoff

Algebra

Mursia

Indice generale

Prefazione 5

Lista dei simboli 9

CAPITOLO

I *Insiemi, funzioni e elementi universali* 13

1. Insiemi, 13; **2.** Funzioni, 16; **3.** Funzioni inverse, 20; **4.** Coppie ordinate, 23; **5.** Insiemi di funzioni, 27; **6.** Operazioni binarie, 30; **7.** Insiemi quoziente, 32; **8.** Elementi universali, 36; **9.** Dualità, 44.

II *Gli interi* 46

1. I numeri naturali, 46; **2.** Addizione e moltiplicazione, 49; **3.** Disuguaglianze, 52; **4.** Gli interi, 55; **5.** Gli interi modulo n , 60; **6.** Insiemi finiti, 64; **7.** Morfismi, 67; **8.** Ordine parziale e reticoli, 70; **9.** Semigrupperi e monoidi, 73; **10.** Categorie concrete, 76; **11.** Ricorsività, 78.

III *Gruppi* 83

1. Gruppi e simmetria, 83; **2.** Regole di calcolo, 87; **3.** Gruppi ciclici, 91; **4.** Sottogruppi, 96; **5.** Relazioni di definizione, 100; **6.** Gruppi simmetrico e alterno, 104; **7.** Gruppi di trasformazioni, 109; **8.** Lateralità, 113; **9.** Nucleo e immagine, 116; **10.** Gruppi quoziente, 120; **11.** La categoria dei gruppi, 125.

IV *Anelli* 130

1. Assiomi di anello, 130; **2.** Costruzioni di anelli, 135; **3.** Anelli quoziente, 141; **4.** Domini di integrità e campi, 144; **5.** Il campo dei quozienti, 147; **6.** Polinomi, 150; **7.** Polinomi come funzioni, 156; **8.** L'algoritmo della divisione, 160; **9.** Domini a ideali principali, 164; **10.** Fattorizzazione unica, 166; **11.** Campi primi, 170; **12.** L'algoritmo euclideo, 171; **13.** Anelli quoziente commutativi, 173.

- V *Campi speciali* 178
 1. Domini ordinati, 178; 2. Il campo ordinato \mathbf{Q} , 181; 3. Equazioni polinomiali, 183; 4. Convergenza nei campi ordinati, 185; 5. Il campo reale \mathbf{R} , 188; 6. Polinomi su \mathbf{R} , 191; 7. Il piano complesso, 193; 8. Irriducibilità su \mathbf{C} e su \mathbf{R} , 196; 9. Campi quadratici, 199.
- VI *Moduli* 202
 1. Moduli tipici, 202; 2. Trasformazioni lineari, 205; 3. Sottomoduli, 210; 4. Moduli quoziente, 213; 5. Moduli liberi e moduli di funzioni, 215; 6. Biprodotti, 221; 7. Moduli duali, 226; 8. Bimoduli, 233.
- VII *Spazi vettoriali* 235
 1. Basi, 235; 2. Dimensione, 240; 3. Costruzioni di basi, 243; 4. Spazi vettoriali accoppiati dualmente, 248; 5. Operazioni elementari, 253; 6. Sistemi di equazioni lineari, 261; 7. I quaternioni, 264.
- VIII *Matrici* 267
 1. Matrici e moduli liberi, 267; 2. Matrici e biprodotti, 274; 3. La matrice di una mappa, 279; 4. La matrice di un composto, 284; 5. Ranghi delle matrici, 288; 6. Matrici invertibili, 289; 7. Cambiamento di basi, 294; 8. Autovettori e autovalori, 301.
- IX *Determinanti e prodotti tensoriali* 304
 1. Funzioni multilineari e alternanti, 304; 2. Determinanti di matrici, 307; 3. Cofattori e regola di Cramer, 312; 4. Determinanti di mappe, 316; 5. Il polinomio caratteristico, 320; 6. Il polinomio minimale, 323; 7. Funzioni bilineari universali, 328; 8. Prodotti tensoriali, 329; 9. Sequenze esatte, 335; 10. Identità per i prodotti tensoriali, 338; 11. Cambiamento di anelli, 340; 12. Algebre, 343.
- X *Matrici simili e gruppi abeliani finiti* 346
 1. Moduli noetheriani, 346; 2. Moduli ciclici, 349; 3. Moduli torsione, 352; 4. La forma canonica razionale per matrici, 357; 5. Moduli primari, 360; 6. Moduli liberi, 365; 7. Equivalenza di matrici, 368; 8. Il calcolo dei fattori invarianti, 372; 9. Moduli proiettivi e iniettivi, 375; 10. Il teorema della base di Hilbert, 377; 11. Domini a fattorizzazione unica, 379.

XI	<i>Forme quadratiche</i>	384
	1. Forme bilineari, 384; 2. Matrici simmetriche, 387; 3. Forme quadratiche, 389; 4. Forme quadratiche reali, 393; 5. Prodotti interni, 396; 6. Basi ortonormali, 400; 7. Matrici ortogonali, 405; 8. Il teorema dell'asse principale, 409; 9. Spazi unitari, 413; 10. Matrici normali, 419.	
XII	<i>Spazi affini e proiettivi</i>	423
	1. La retta affine, 423; 2. Spazi affini, 426; 3. Il gruppo affine, 432; 4. Sottospazi affini, 437; 5. Funzionali biaffini e quadratici, 439; 6. Spazi euclidei, 446; 7. Quadriche euclidee, 450; 8. Spazi proiettivi, 452; 9. Quadriche proiettive, 456; 10. Spazi affini e proiettivi, 458.	
XIII	<i>Strutture di gruppo</i>	460
	1. Teoremi di isomorfismo, 460; 2. Estensioni di gruppi, 463; 3. Sottogruppi caratteristici, 468; 4. Classi coniugate, 470; 5. I teoremi di Sylow, 473; 6. Gruppi nilpotenti, 476; 7. Gruppi risolubili, 478; 8. Il teorema di Jordan-Hölder, 479; 9. Semplicità di A_n , 482.	
XIV	<i>Reticoli</i>	485
	1. Insiemi parzialmente ordinati: principio di dualità, 485; 2. Identità per reticoli, 488; 3. Sottoreticoli e prodotti di reticoli, 491; 4. Reticoli modulari, 494; 5. Teorema di Jordan-Hölder-Dedekind, 495; 6. Reticoli distributivi, 498; 7. Anelli di insiemi, 500; 8. Reticoli booleani; algebre booleane, 503; 9. Algebre booleane libere, 505.	
XV	<i>Categorie e funtori aggiunti</i>	509
	1. Insiemi e classi, 509; 2. Categorie, 511; 3. Funtori, 516; 4. Funtori controvarianti, 519; 5. Trasformazioni naturali, 521; 6. Funtori rappresentabili e elementi universali, 525; 7. Prodotti e equalizzatori, 530; 8. Funtori aggiunti, 533.	
XVI	<i>Algebra multilineare</i>	538
	1. Prodotti tensoriali iterati, 538; 2. Spazi di tensori, 541; 3. Moduli graduati, 546; 4. Algebre graduate, 550; 5. Algebra tensoriale graduata, 556; 6. Algebra esterna di un modulo, 559; 7. I determinanti mediante l'algebra esterna, 562; 8. I sottospazi mediante l'algebra esterna, 567; 9. Dualità nell'algebra esterna, 570; 10. Forme alternanti e tensori emisimmetrici, 572.	
	<i>Bibliografia</i>	575
	<i>Indice analitico</i>	577