

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
MONOGRAFIE MATEMATICHE

12.

M. CINQUINI CIBRARIO e S. CINQUINI

EQUAZIONI
A DERIVATE PARZIALI
DI TIPO IPERBOLICO



EDIZIONI CREMONESE
ROMA

I N D I C E

PREFAZIONE	pag. v
----------------------	--------

CAP. I. EQUAZIONI DEL PRIMO ORDINE

§ 1. *L'equazione $F(x, y, z, p, q) = 0$.*

1. Generalità. Problema di Cauchy	pag. 1
2. Strisce caratteristiche	» 3
3. Teorema di esistenza	» 5
4. Le soluzioni dell'equazione del primo ordine come luogo di caratteristiche	» 10
5. Teorema di unicità	» 12
6. Il caso eccezionale del problema di Cauchy	» 14
7. Equazione quasi-lineare	» 15
8. Estensione	» 16

§ 2. *L'equazione $p = f(x, y, z, q)$ nell'indirizzo classico.*

9. Preliminari	» 17
10. Teorema di esistenza	» 18
11. Ulteriori teoremi di esistenza	» 19
12. Esempi	» 20
13. Lemma di Haar	» 24
14. Teorema di unicità	» 27
15. Osservazione	» 28
16. Ulteriori teoremi di unicità	» 28

§ 3. *Moderne ricerche per l'equazione $p = f(x, y, z, q)$: teoremi di esistenza.*

17. Preliminari	» 29
18. Lemma	» 30
19. Teorema di esistenza (campo illimitato)	» 33
20. Osservazioni	» 50
21. Un complemento	» 53

22. Esempi	pag.	54
23. Teorema di esistenza (campo limitato)	»	56
24. Complementi al teorema del n. 23	»	64
25. Teorema di Baiada	»	70
26. Estensione ad un'equazione in più variabili indipendenti	»	72

§ 4. *Moderne ricerche per l'equazione $p = f(x, y, z, q)$:
teoremi di unicità.*

27. Primo teorema di unicità (campo illimitato)	»	73
28. Osservazioni	»	82
29. Primo teorema di unicità (campo limitato)	»	82
30. Osservazioni	»	83
31. Lemma	»	86
32. Secondo teorema di unicità	»	95
33. Ulteriori teoremi di unicità e complementi	»	97
34. Un complemento al lemma del n. 31	»	99
35. Dipendenza continua della soluzione dai valori iniziali	»	101
36. Estensione a un'equazione in più variabili indipendenti	»	107

§ 5. *Moderne ricerche per l'equazione $F(x, y, z, p, q) = 0$.*

37. Un teorema di esistenza	»	102
---------------------------------------	---	-----

§ 6. *Moderne ricerche per l'equazione quasi-lineare.*

38. Preliminari	»	104
39. Teorema di esistenza	»	105
40. Osservazione	»	109
41. Primo teorema di unicità	»	109
42. Secondo teorema di unicità	»	113
43. Un altro ordine di ricerche: le soluzioni deboli	»	114
Bibliografia	»	122

CAP. II. L'EQUAZIONE SEMILINEARE
DEL SECONDO ORDINE E QUESTIONI CONNESSE

§ 1. *Generalità.*

1. Preliminari. Problema di Cauchy per l'equazione del secondo ordine	»	130
2. Le curve caratteristiche	»	132
3. Problema di Darboux e problema di Goursat	»	135

§ 2. *Riduzione a forma canonica.*

4. Preliminari	pag. 135
5. Cambiamento di variabili e riduzione a forma canonica	» 138

§ 3. *Il metodo delle approssimazioni successive.*

6. Problema di Cauchy	» 140
7. Problema di Darboux	» 149
8. Problema di Goursat: un caso particolare	» 153
9. Problema misto e ulteriori problemi	» 156
10. Estensione all'equazione (V)	» 160

§ 4. *I problemi di Darboux e di Cauchy nella moderna teoria delle funzioni di variabile reale.*

A) TEOREMI DI ESISTENZA.

11. Introduzione	» 165
12. Una forma più ampia del problema di Darboux	» 165
13. Un complemento al risultato del n. 12	» 174
14. Altre ricerche nell'ordine di idee del procedimento del n. 12	» 178
15. Ricerche che usufruiscono della topologia funzionale	» 179

B) TEOREMI DI UNICITÀ.

16. Preliminari. Un esempio	» 184
17. Lemmi	» 185
18. Teorema di dipendenza continua dai valori iniziali per il problema di Darboux	» 187
19. Teorema di dipendenza continua dai valori iniziali per il problema di Cauchy	» 190
20. Un teorema di unicità per soluzioni in senso generalizzato	» 191
21. Ulteriori teoremi di unicità	» 193

§ 5. *Il problema di Goursat.*

22. Preliminari	» 194
23. Un primo teorema (« in piccolo »)	» 194
24. Teorema generale (« in grande »)	» 205
25. Ulteriori ricerche sul problema di Goursat	» 212

§ 6. *L'equazione lineare.*

26. Il metodo di Riemann	pag. 213
27. Un teorema di unicità	» 219
28. Un teorema di esistenza	» 225
29. Ulteriori metodi di ricerca per le equazioni lineari	» 232

§ 7. *Estensioni a sistemi e a equazioni di ordine superiore.*

30. Un classico sistema di equazioni	» 233
31. Un particolare sistema di equazioni del primo ordine	» 234
32. Equazioni e sistemi di ordine superiore. Il problema di Nicoletti	» 236
Bibliografia	» 240

CAP. III. L'EQUAZIONE DEL SECONDO ORDINE
QUASI-LINEARE E NON LINEARE§ 1. *Generalità. Strisce caratteristiche.*

1. L'equazione quasi-lineare	» 249
2. L'equazione non lineare	» 254
3. Osservazione	» 262

§ 2. *Un particolare sistema del primo ordine.*

4. Generalità	» 262
5. Problema di Cauchy. Teorema di unicità	» 263
6. Problema di Cauchy. Teorema di esistenza	» 267
7. Problema di Darboux	» 270
8. Osservazione	» 271

§ 3. *Risoluzione del problema di Cauchy.*

9. Teorema di esistenza e di unicità per l'equazione non lineare	» 271
10. Teorema di esistenza e di unicità per l'equazione quasi lineare	» 281

§ 4. *Il problema di Darboux e la teoria delle strisce caratteristiche.*

11. Il problema di Darboux per l'equazione non lineare	pag.	285
12. Teorema di esistenza e di unicità	»	287
13. Proprietà delle caratteristiche	»	291
14. Il problema di Darboux per l'equazione quasi-lineare	»	292

§ 5. *Il problema di Goursat.*

15. Preliminari	»	294
16. Teorema di esistenza e di unicità	»	296
17. Osservazione	»	297
18. Un caso particolare	»	298
19. Il caso dell'equazione quasi-lineare	»	299
Bibliografia	»	300

CAP. IV. ALCUNE RECENTI RICERCHE PER I SISTEMI
IN PIU' VARIABILI INDIPENDENTI

§ 1. *Primi teoremi di unicità.*

1. Preliminari	»	301
2. Teorema I (sistemi non lineari)	»	302
3. Osservazione	»	315
4. Esempio	»	315
5. Dipendenza continua della soluzione dai valori iniziali	»	318
6. Teorema II (sistemi quasi-lineari)	»	320
7. Osservazione. Esempio	»	334

§ 2. *Ulteriori teoremi di unicità.*

8. Preliminari	»	335
9. Teorema	»	337
10. Complementi	»	354
11. Dipendenza continua della soluzione dai valori iniziali	»	356

§ 3. *Teoremi di esistenza.*

12. Preliminari	»	358
13. Teorema di esistenza (campo illimitato)	»	358

14. Complementi	pag. 378
15. Teorema di esistenza (campo limitato)	» 380
16. Sistemi semi-lineari	» 382
Bibliografia	» 384

CAP. V. SISTEMI QUASI-LINEARI E NON LINEARI IN DUE VARIABILI INDIPENDENTI

§ 1. Sistemi quasi-lineari e curve caratteristiche.

1. Generalità. Problema di Cauchy	» 385
2. Curve caratteristiche	» 386
3. Riduzione di un sistema quasi-lineare a forma caratteristica	» 391
4. Osservazioni	» 393

§ 2. Il problema di Cauchy.

5. Generalità e prime ricerche	» 395
6. Teorema di esistenza (campo illimitato)	» 397
7. Teorema di esistenza (campo limitato)	» 415
8. Complementi	» 418
9. Sistemi semilineari	» 418
10. Ulteriori ricerche sul problema di Cauchy	» 421

§ 3. Il metodo delle differenze finite.

11. Generalità	» 425
12. Il metodo delle differenze finite mediante un reticolato a maglie rettangolari	» 426

§ 4. Ulteriori problemi e teoria delle caratteristiche.

13. Preliminari	» 430
14. Teoremi di esistenza	» 432
15. Teoria delle caratteristiche: il caso generale	» 435

16. Esempio	pag.	437
17. Teoria delle caratteristiche: un caso particolare	»	439
18. Problema misto	»	441

§ 5. *Sistemi non lineari.*

19. Generalità. Problema di Cauchy	»	442
20. Strisce caratteristiche	»	444
21. Risoluzione del problema di Cauchy	»	449

§ 6. *Soluzioni deboli.*

22. Una notevole definizione	»	453
23. Ulteriori indirizzi	»	455
Bibliografia	»	457

CAP. VI. L'EQUAZIONE DI ORDINE n
QUASI-LINEARE E NON LINEARE

§ 1. *L'equazione non lineare.*

1. Preliminari. Problema di Cauchy	»	461
2. Strisce caratteristiche	»	463
3. Risoluzione del problema di Cauchy	»	467
4. Ulteriori problemi	»	470

§ 2. *L'equazione quasi-lineare.*

5. Problema di Cauchy e strisce caratteristiche	»	474
6. Risoluzione del problema di Cauchy	»	478
7. Ulteriori problemi	»	479
8. Equazioni semilineari e lineari	»	481

§ 3. *Sistemi di equazioni di ordine superiore.*

9. Sistemi non lineari	»	482
10. Sistemi quasi-lineari	»	483
Bibliografia	»	485

CAP. VII. INTRODUZIONE ALLO STUDIO DEI SISTEMI
IN PIU' VARIABILI INDIPENDENTI

§ 1. Generalità.

1. Sistema iperbolico quasi lineare del primo ordine .	pag. 487
2. Varietà caratteristiche	» 489
3. Sistemi semilineari e sistemi lineari	» 492
4. Sistemi simmetrici	» 494
5. Sistemi non lineari	» 494
6. Due notevoli tipi di sistemi	» 496
7. Sistemi iperbolici di ordine superiore	» 498
8. L'equazione del secondo ordine	» 499
9. Ancora sopra l'equazione del secondo ordine	» 502
10. Le ricerche di Bianchi e Nicoletti	» 505

§ 2. Cenni sui metodi di risoluzione.

11. Metodo di Hadamard	» 506
12. Ulteriori ricerche	» 511
13. Integrale dell'energia	» 512
14. Il procedimento di Schauder	» 517
15. Le ricerche di Petrowski, Sobolev e Leray. Le soluzioni deboli	» 519
16. Il metodo delle differenze finite	» 521
17. Il problema misto	» 521
Bibliografia	» 524
BIBLIOGRAFIA DEI VOLUMI RELATIVI ALL'ARGOMENTO	
DELLA MONOGRAFIA	» 533
ULTERIORE BIBLIOGRAFIA	» 537
INDICE DEGLI AUTORI CITATI	» 541

ERRATA CORRIGE

pag.	riga	in luogo di	si legga
232	1 (dal basso)	F. G.	I. G.
248	16	(1952)	(1959)

CAP. VII. INTRODUZIONE ALLO STUDIO DEI SISTEMI
IN PIU' VARIABILI INDIPENDENTI

§ 1. Generalità.

1. Sistema iperbolico quasi lineare del primo ordine .	pag. 487
2. Varietà caratteristiche	» 489
3. Sistemi semilineari e sistemi lineari	» 492
4. Sistemi simmetrici	» 494
5. Sistemi non lineari	» 494
6. Due notevoli tipi di sistemi	» 496
7. Sistemi iperbolici di ordine superiore	» 498
8. L'equazione del secondo ordine	» 499
9. Ancora sopra l'equazione del secondo ordine	» 502
10. Le ricerche di Bianchi e Nicoletti	» 505

§ 2. Cenni sui metodi di risoluzione.

11. Metodo di Hadamard	» 506
12. Ulteriori ricerche	» 511
13. Integrale dell'energia	» 512
14. Il procedimento di Schauder	» 517
15. Le ricerche di Petrowski, Sobolev e Leray. Le soluzioni deboli	» 519
16. Il metodo delle differenze finite	» 521
17. Il problema misto	» 521
Bibliografia	» 524
BIBLIOGRAFIA DEI VOLUMI RELATIVI ALL'ARGOMENTO DELLA MONOGRAFIA	
	» 533
ULTERIORE BIBLIOGRAFIA	
	» 537
INDICE DEGLI AUTORI CITATI	
	» 541

ERRATA CORRIGE

pag.	riga	in luogo di	si legga
232	1 (dal basso)	F. G.	I. G.
248	16	(1952)	(1959)