

*Livio C. Piccinini
Guido Stampacchia
Giovanni Vidossich*

Equazioni differenziali ordinarie in $\mathbb{R}^n$ (problemi e metodi)

Liguori Editore

<i>Introduzione</i>	pag.	13
---------------------	------	----

Capitolo 1 – Esistenza e unicità per il problema di Cauchy nell'ipotesi di Lipschitz

§ 1. Risultati generali	*	15
1.1 Definizioni	*	15
1.2 Interpretazione geometrica	*	17
1.3 Funzioni lipschitziane	*	18
1.4 Teorema di esistenza	*	20
1.5 Teorema di unicità	*	25
1.6 Dipendenza continua dai dati iniziali e parametri	*	27
1.7 Intervallo di definizione e prolungamento delle soluzioni.	*	28
1.8 Il lemma di Grönwall	*	32
1.9 Applicazioni del lemma di Grönwall al problema di Cauchy.	*	35
§ 2. Proprietà qualitative delle soluzioni	*	40
2.1 Derivabilità delle soluzioni	*	40
2.2 Analiticità delle soluzioni	*	41
§ 3. Le soluzioni come funzioni dei dati iniziali	*	47
3.1 Derivabilità rispetto al parametro.	*	48
3.2 Derivabilità rispetto al punto iniziale.	*	50
3.3 Derivabilità di ordine superiore e analiticità	*	58
3.4 Osservazione su un punto di vista più generale	*	59
§ 4. I sistemi di equazioni come particolari trasformazioni tra spazi funzionali	*	60
4.1 Richiami sugli spazi metrici	*	61
4.2 Richiami sugli spazi di Banach	*	67
4.3 Il problema di Cauchy e i punti fissi di certe trasformazioni negli spazi di Banach	*	72
§ 5. Esercizi	*	76
5.1 Equazioni a variabili separabili.	*	76
5.2 Equazioni riconducibili a equazioni a variabili separabili	*	77

5.3	Equazioni lineari del primo ordine	pag.	80
5.4	Equazioni lineari di ordine superiore al primo a coefficienti costanti	*	80
5.5	Equazioni di Eulero	*	83
5.6	Involuppi ed equazioni differenziali	*	84
5.7	Esercizi vari	*	85
5.8	Esercizi scelti.	*	87
§ 6.	Note bibliografiche	*	97

Capitolo 2 — I sistemi lineari

§ 1.	Elementi di algebra lineare	*	103
1.1	Matrici e autovalori	*	103
1.2	Operatori lineari tra spazi di Banach	*	109
1.3	Forma canonica delle matrici	*	115
1.4	Spettro e autovalori di un operatore lineare	*	120
1.5	Limiti di operatori	*	122
§ 2.	Sistemi lineari di equazioni differenziali ordinarie	*	125
2.1	Soluzione formale dei sistemi lineari	*	125
2.2	Sistemi fondamentali di soluzioni e sistemi aggiunti	*	128
2.3	Sistemi non omogenei	*	131
§ 3.	Calcolo operazionale	*	133
3.1	Funzioni analitiche di operatori	*	133
3.2	Sistemi lineari a coefficienti costanti	*	141
§ 4.	Equazioni lineari alle differenze finite	*	150
4.1	Equazioni lineari alle differenze finite omogenee	*	150
4.2	Equazioni lineari alle differenze finite non omogenee	*	156
§ 5.	Esempi	*	157
§ 6.	Bibliografia	*	166

Capitolo 3 — Esistenza e unicità per il problema di Cauchy nell'ipotesi di continuità

§ 1.	Teorema di esistenza.	*	168
1.1	Caratterizzazione degli insiemi compatti di funzioni continue: il teorema di Ascoli	*	168
1.2	Esistenza locale	*	176
1.3	Esistenza globale.	*	182
§ 2.	Il fenomeno di Peano	*	193
2.1	Approssimazione di tutte le soluzioni di un dato problema di Cauchy	*	193

2.2	Soluzioni massimali e minimali. Fenomeno di Peano	pag. 197
2.3	Il fenomeno di Peano per i sistemi.	* 200
2.4	Soluzioni massimali, disuguaglianze differenziali e esistenza globale	* 206
§ 3.	Questioni di unicità	* 210
3.1	Dipendenza continua	* 210
3.2	Teoremi di unicità	* 218
3.3	Quante sono le equazioni differenziali che presentano l'unicità?	* 223
§ 4.	Elementi sulla G-convergenza	* 227
4.1	Introduzione	* 228
4.2	G-convergenza per equazioni soddisfacenti la condizione di Lipschitz.	* 228
4.3	Omogeneizzazione	* 230
4.4	G-compattezza	* 239
4.5	G-convergenza e fenomeno di Peano	* 241
§ 5.	Note bibliografiche	* 244

Capitolo 4 – Problemi ai limiti

§ 1.	Applicazioni continue negli spazi euclidei	* 251
1.1	Il grado topologico	* 252
1.2	I teoremi di Brouwer e Miranda	* 257
§ 2.	Problemi ai limiti geometrici	* 262
2.1	I problemi di Picard e di Nicoletti	* 262
2.2	Una formulazione geometrica dei problemi ai limiti	* 269
2.3	Alcune applicazioni della formulazione geometrica	* 278
§ 3.	Problemi di Sturm-Liouville: Autovalori e teoremi di esistenza e unicità	* 282
3.1	Autovalori e autosoluzioni	* 282
3.2	Il cambiamento di variabili di Prüfer	* 285
3.3	Esistenza e proprietà degli autovalori	* 294
3.4	Applicazione a questioni d'unicità per problemi relativi ad equazioni nonlineari	* 299
3.5	Applicazione all'esistenza delle soluzioni per problemi relativi ad equazioni nonlineari	* 303
3.6	Ulteriori proprietà degli autovalori e delle autofunzioni.	* 311
§ 4.	Soluzioni periodiche	* 316
4.1	Caso delle equazioni del primo ordine	* 317
4.2	Caso delle equazioni del secondo ordine	* 320
4.3	Caso dei sistemi	* 324
4.4	Sulla struttura delle soluzioni periodiche	* 332

§ 5. Problemi ai limiti funzionali	pag.	339
5.1 Problemi funzionali lineari	*	341
5.2 Problemi funzionali nonlineari	*	354
§ 6. Note bibliografiche	*	358

Capitolo 5 — Questioni di stabilità.

§ 1. Stabilità delle soluzioni di sistemi lineari	*	370
1.1 Definizione di stabilità	*	370
1.2 Stabilità per i sistemi lineari autonomi	*	372
1.3 Sistemi autonomi lineari del secondo ordine	*	373
1.4 Alcuni problemi di stabilità per sistemi lineari non autonomi	*	381
§ 2. Alcuni metodi per la determinazione della stabilità dei sistemi non lineari	*	388
2.1 Definizioni	*	389
2.2 Il metodo di Liapunov	*	395
2.3 Il metodo del punto fisso: equivalenza asintotica	*	406
2.4 Il metodo di Olech	*	412
2.5 Il metodo della norma logaritmica	*	419
2.6 Insiemi invarianti	*	423
§ 3. Alcune applicazioni	*	428
3.1 Questioni di biologia e di chimica	*	428
3.2 Questioni di teoria del controllo automatico	*	434
§ 4. Il metodo di Runge e Kutta	*	438
4.1 L'algoritmo di Runge e Kutta del quarto ordine	*	438
4.2 Condizioni di affidabilità del metodo di Runge e Kutta	*	442
§ 5. Note bibliografiche	*	444
<i>Indice analitico essenziale</i>	pag.	449