

Ferruccio Orecchia  
*Professore Ordinario  
di Geometria  
nell'Università di Napoli "Federico II"*

# LEZIONI DI GEOMETRIA I



ARACNE

ARACNE

## INDICE

### Capitolo 1

#### LO SPAZIO CARTESIANO

1.1 Rette e segmenti orientati. Riferimenti su una retta.	7
1.2 Il piano cartesiano reale.	9
1.3 Lo spazio cartesiano reale.	11
1.4 Lo spazio cartesiano (affine) a $n$ dimensioni.	12

### Capitolo 2

#### VETTORI

2.1 Direzione e verso di rette e segmenti nel piano cartesiano e nello spazio.	15
2.2 Vettori nel piano e nello spazio euclideo.	16
2.3 Proprietà algebriche dei vettori. La struttura di $\mathbb{R}$ -spazio vettoriale.	17
2.4 Dipendenza lineare. Basi. Componenti.	19
2.5 Vettori nel piano e nello spazio cartesiano.	22
2.6 Lo spazio vettoriale $K^n$ .	25

### Capitolo 3

#### EQUAZIONI DI RETTE E PIANI

3.1 Rappresentazione di una retta nel piano cartesiano.	29
3.2 Rappresentazione di un piano nello spazio cartesiano.	34
3.3 Rappresentazione di una retta nello spazio cartesiano. Vettore direzionale.	38
3.4 Fasci di piani nello spazio e fasci di rette nel piano. Stelle di piani.	43

**Capitolo 4****ORTOGONALITÀ**

4.1 Prodotto scalare di vettori. Proiezioni.	49
4.2 Prodotto vettoriale e prodotto misto di vettori. Calcolo di aree e volumi.	51
4.3 Vettore normale a una retta o a un piano.	54
4.4 Lo spazio euclideo $\mathbb{R}^n$ .	55

**Capitolo 5****MATRICI**

5.1 Generalità sulle matrici. Operazioni sulle matrici.	59
5.2 Il prodotto righe per colonne.	60
5.3 Inversa di una matrice. Il gruppo delle matrici invertibili. Operazioni elementari. Matrici a scalini.	62
5.4 Trasposta di una matrice.	64

**Capitolo 6****DETERMINANTI**

6.1 Definizione e prime proprietà.	67
6.2 Il primo teorema di Laplace.	70
6.3 Proprietà dei determinanti.	72
6.4 Applicazioni: calcolo del determinante per riduzione; determinante del prodotto di matrici.	75
6.5 Calcolo dell'inversa di una matrice.	78
6.6 Minori e rango di una matrice.	80
6.7 Un altro modo di definire il determinante.	82

**Capitolo 7****SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI**

7.1 Generalità sui sistemi di equazioni lineari.	85
7.2 Sistemi lineari equivalenti. Il metodo di Gauss per risolvere un sistema lineare.	86
7.3 Proprietà dei sistemi di equazioni lineari. La regola di Cramer.	88

7.4 Il teorema di Rouché-Capelli.	90
7.5 Dipendenza lineare. Un'altra definizione di rango di una matrice. Il teorema degli orlati.	91
7.6 Un altro metodo per determinare le soluzioni di un sistema lineare. Sistemi equivalenti e matrici equivalenti.	95
7.7 Soluzioni linearmente indipendenti di un sistema lineare omogeneo.	98

## Capitolo 8

### SPAZI VETTORIALI

8.1 Definizioni e prime proprietà.	101
8.2 Sottospazi.	104
8.3 Dipendenza lineare e insiemi liberi.	107
8.4 Spazi vettoriali di dimensione finita. Basi. Componenti.	109
8.5 Operazioni sui sottospazi. Somma e somma diretta di sottospazi. Formula di Grassmann.	115
8.6 I sottospazi di $K^n$ .	118
8.7 Cambiamenti di base.	121
8.8 Applicazioni: trasformazioni di coordinate.	124
8.9 Orientazione in uno spazio vettoriale reale.	127

## Capitolo 9

### SPAZI EUCLIDEI REALI

9.1 Definizioni e generalità.	129
9.2 Modulo e angolo negli spazi euclidei.	133
9.3 Basi ortonormali. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.	136
9.4 Sottospazi ortogonali.	139
9.5 Matrici ortogonali e cambiamenti di basi. Gruppo ortogonale.	141
9.6 Trasformazioni di coordinate ortogonali.	143

**Capitolo 10****OMOMORFISMI**

10.1 Definizione di omomorfismo.	149
10.2 Proprietà degli omomorfismi e isomorfismi.	152
10.3 Nucleo e immagine di un omomorfismo.	155
10.4 Omomorfismi di $K^n$ in $K^m$ .	158
10.5 Omomorfismi e matrici.	160
10.6 Lo spazio vettoriale $\text{Hom}(V, W)$ . L'algebra degli omomorfismi di $V$ . Lo spazio duale.	162
10.7 Il gruppo lineare. Isometrie e gruppo ortogonale.	166
10.8 Effetto di un cambiamento di base sulla matrice associata a un endomorfismo.	168

**Capitolo 11****AUTOVALORI E AUTOVETTORI**

11.1 Autovalori e autovettori di una matrice quadrata $A$ .	171
11.2 Autospazi.	173
11.3 Diagonalizzazione.	175
11.4 Diagonalizzazione ortogonale. Matrici simmetriche.	177
11.5 Forme quadratiche e coefficienti reali.	180
11.6 Carattere di definizione di una forma quadratica.	182
11.7 Autovalori e autovettori di un endomorfismo.	182

**Capitolo 12****CONICHE E QUADRICHE**

12.1 Ellisse. Iperbole. Parabola.	185
12.2 Coniche. Disegno di una conica.	188
12.3 Classificazione di una conica.	194
12.4 Quadriche.	197
12.5 La classificazione delle quadriche.	206

**Capitolo 13****CURVE E SUPERFICI**

13.1 Curve piane.	209
-------------------	-----

13.2 Superfici.	212
13.3 Curve nello spazio.	212
13.4 Retta tangente a una curva $\Gamma$ e piano tangente a una superficie $F$ in un punto $P_0$ .	215
13.5 Coni. Cilindri. Proiezioni piane di una curva. Superfici rigate.	218
13.6 Superfici di rotazione.	225
<b>Indice Analitico</b>	<b>227</b>