

Mauro Picone - Gaetano Fichera

Corso di analisi matematica

Volume II

0000073

M. PICONE, G. FICHERA,
CORSO DI ANALISI
MATEMATICA,
VOL. II,
EDITORIALE VESCHI
MILANO S.P.A. ED.

**editoriale
Veschi** 
MILANO 1991

I N D I C E

Capitolo I.

SERIE NUMERICHE E SERIE DI VETTORI.

Pag. 3

1 - Definizione di serie numerica e prime proprietà.	" 5
2 - Criteri di assoluta convergenza. Serie a termini di segno costante.	" 9
3 - Serie a termini di segno alternato.	" 21
4 - Serie a termini complessi. Serie di vettori.	" 23
5 - Criteri di convergenza di Abel.	" 26
6 - Somma, differenza e prodotto di due serie.	" 29
7 - Proprietà associativa e commutativa delle serie.	" 31
8 - Somministrazione delle serie con il metodo delle medie di Cesàro.	" 38
9 - Serie bilaterale.	" 43

Capitolo II.

SERIE DI FUNZIONI.

Pag. 45

1 - Successioni e serie di funzioni.	" 45
2 - Teoremi del limite, della continuità, della derivabilità e della integrabilità.	" 55
3 - Considerazioni sull'inversione delle operazioni fondamentali dell'Analisi.	" 65
4 - Funzioni definite da integrali. Derivazione sotto il segno d'integrale.	" 73
5 - Serie di potenze.	" 78
6 - Sviluppo in serie di potenze delle funzioni elementari.	" 89
7 - Serie di Taylor nel corpo reale.	" 104
8 - Somministrazione delle serie numeriche con il metodo di Abel.	" 106
9 - Serie di Dirichlet.	" 113

Capitolo III.

SERIE TRIGONOMETRICHE. INTEGRALE DI FOURIER.

Pag. 119

1 - Giustificazione fisica e analitica della introduzione delle serie trigonometriche.	" 119
2 - Serie di Fourier. Teorema di Fourier. Funzioni integrali.	" 123

3 - Un lemma sulle funzioni sommabili ed il teorema di Riemann-Lebesgue.	Pag. 130
4 - Prolungamento per periodicità di una funzione. Integrale di Dirichlet. Il principio di localizzazione di Riemann.	" 133
5 - Le condizioni del Dini ed il relativo teorema di convergenza. Conseguenze.	" 137
6 - Somministrazione $(C, 1)$ delle serie di Fourier. Il teorema di Fejér.	" 143
7 - Coefficienti di Fourier di una funzione a variazione limitata.	" 148
8 - Il teorema di convergenza di Dirichlet-Jordan.	" 151
9 - Somministrazione secondo Abel delle serie di Fourier. Integrale di Poisson. Problema di Dirichlet nel campo circolare.	" 152
10 - Convergenza in media. Sistemi ortonormali. Disuguaglianza di Bessel. Teorema di Parseval. Completezza del sistema trigonometrico.	" 156
11 - Rappresentazione bilatera delle serie trigonometriche.	" 170
12 - Il teorema di approssimazione di Weierstrass.	" 171
13 - Polinomi di Legendre e loro completezza.	" 173
14 - L'integrale di Fourier come limite delle serie di Fourier.	" 177
15 - Trasformate di Fourier delle funzioni sommabili e loro inversione.	" 182
16 - Determinazione di una funzione sommabile mediante la sua trasformata di Fourier.	" 190
17 - Trasformata di Fourier delle funzioni di quadrato sommabile sull'asse reale. Il teorema di Plancherel.	" 194
18 - Osservazioni sulla teoria svolta nel presente capitolo.	" 200

Capitolo IV.

TEORIA DELLA MISURA DI PEANO-JORDAN. INTEGRAZIONE DELLE FUNZIONI CONTINUE DI PIU' VARIABILI REALI.	Pag. 204
1 - Misura secondo Peano-Jordan di un insieme limitato di uno spazio cartesiano.	" 204
2 - Integrale di una funzione reale continua esteso ad un compatto misurabile.	" 212
3 - Proprietà dell'integrale di una funzione continua esteso ad un compatto misurabile.	" 217
4 - Teoria elementare delle funzioni additive di insieme.	" 221
5 - Formule di riduzione per gli integrali in due dimensioni.	" 231
6 - Formule di riduzione per gli integrali in tre o più dimensioni.	" 237
7 - Teoremi complementari sulle funzioni continue e gli omeomorfismi.	" 241

8 - Cambiamento di coordinate negli integrali in due dimensioni.	Pag. 243
9 - Misura del parallelepipedo nello spazio X^r . Determinante di Gram.	" 257
10 - Cambiamento di coordinate negli integrali in r dimensioni.	" 264
11 - Cambiamento delle coordinate cartesiane in coordinate polari, oppure in coordinate cilindriche, in un integrale triplo.	" 269
12 - Baricentri. Teorema di Goldino sul volume dei solidi di rotazione.	" 271
13 - Coordinate polari nello spazio X^r .	" 275
14 - Formole generali di riduzione per gli integrali multipli.	" 282
15 - Passaggio al limite e derivazione sotto il segno d'integrale.	" 286

Capitolo V.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE.	Pag. 290
1 - Primi esempi di equazioni differenziali.	" 290
2 - Equazioni differenziali ordinarie in generale.	" 294
3 - Riduzione dei sistemi differenziali a sistemi del primo ordine.	" 298
4 - Teorema di esistenza e unicità per i sistemi della forma normale di Lipschitz.	" 301
5 - Lemma di Peano-Groswall. Dipendenza continua della soluzione del problema di Cauchy dai dati iniziali.	" 307
6 - Estensione della teoria svolta nei paragrafi 4 e 5: equazione integrale a limite variabile.	" 309
7 - Osservazioni sul teorema di esistenza e unicità "in piccolo" e "in grande".	" 311
8 - Serie di Neumann. Maggiorezza della soluzione della equazione integrale di Volterra di 2 ^a specie e del problema di Cauchy, per un sistema lineare, per mezzo dei dati.	" 315
9 - Integrale generale di un sistema differenziale: integrale generale "in grande" ed integrale generale "in piccolo".	" 319
10 - Integrali particolari. Integrali singolari.	" 323
11 - Integrali primi.	" 327
12 - Estensione della teoria svolta ai sistemi differenziali di ordine superiore ed, in particolare, alle equazioni differenziali scalari di ordine n .	" 330
13 - L'integrale primo della energia per il sistema differenziale della dinamica del punto.	" 333
14 - Teoremi generali sulle equazioni differenziali lineari di ordine n . Nucleo risolvete.	" 336
15 - Equazioni differenziali lineari di ordine n a coefficienti costanti.	" 342

16 - Teoremi generali sui sistemi differenziali lineari. Matrice risolvente.	Pag. 347
17 - Sistemi differenziali lineari a coefficienti costanti.	" 352
18 - Formulazione più ampia del problema della integrazione di una equazione differenziale del primo ordine.	" 354
19 - Equazioni scalari del primo ordine di tipo particolare.	" 356
20 - Sistemi differenziali della forma normale di Carathéodory.	" 370

Capitolo VI.

INTEGRALI CURVILINEI. FONDAMENTI DELLA TEORIA DELLE FUNZIONI OLOMORFE.	Pag. 380
1 - Integrale curvilineo di una funzione continua esteso ad una curva regolare semplice.	" 380
2 - Integrale curvilineo di una funzione continua esteso ad un cammino regolare a tratti.	" 381
3 - Baricentro di un filo materiale.	" 384
4 - Integrale curvilineo di una forma differenziale lineare.	" 385
5 - Differenziali esatti.	" 388
6 - Domini regolari del piano.	" 400
7 - Considerazioni critiche sulla definizione di dominio regolare del piano.	" 411
8 - Divergenza di un vettore del piano.	" 413
9 - Condizioni sufficienti per l'esistenza della divergenza di un vettore del piano. Teorema di Gauss-Green. Formule di integrazione per parti.	" 418
10 - Integrale curvilineo complesso.	" 427
11 - I teoremi integrali di Cauchy e di Goursat per una funzione ologomorfa della variabile complessa z .	" 431
12 - Primitiva di una funzione ologomorfa. Teorema di Morera.	" 436
13 - Sviluppi in serie di Taylor e di Laurent di una funzione ologomorfa.	" 439
14 - Principi di identità delle funzioni ologomorfe. Zeri di una funzione ologomorfa.	" 444
15 - Funzioni intere. Nuova dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra.	" 445
16 - Singolarità di una funzione ologomorfa. Teorema dei residui.	" 448
17 - Complementi al lemma di Gauss-Green.	" 459
18 - Comportamento all'infinito di una funzione ologomorfa.	" 462
19 - Indicatore logaritmico. Ulteriore dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra.	" 467
20 - Proprietà di media delle funzioni ologomorfe. Proprietà di massimo e di minimo del modulo di una funzione ologomorfa.	" 475
21 - Successioni di funzioni ologomorfe.	" 477

Capitolo VII.

SUPERFICIE E LORO AREA. INTEGRALI SUPERFICIALI. TEOREMI DI STOKES E DI GAUSS-GREEN.

Pag. 480

1 - Superficie regolari semplici.	" 480
2 - Piano tangente e retta normale in un punto di una superficie regolare semplice Σ . Orientamento di Σ . Differenziale dell'arco su Σ . Coordinate curvilinee su Σ .	" 483
3 - Sul concetto di area di una superficie: il fenomeno di Schwarz.	" 488
4 - Definizione assiomatica dell'area di una superficie.	" 491
5 - Definizione di Minkowski dell'area di una superficie.	" 495
6 - Superficie regolari semplici in rappresentazione ordinaria.	" 497
7 - Superficie di rotazione. Teorema di Guldino.	" 499
8 - Integrale superficiale. Baricentro di una lamina. Forme differenziali di secondo grado e loro integrali.	" 501
9 - Rotore di un vettore dello spazio a tre dimensioni.	" 504
10 - Un lemma sull'approssimazione delle funzioni continue in un campo.	" 506
11 - Il teorema di Stokes.	" 508
12 - Bicelle dello spazio cartesiano a tre dimensioni. Superficie regolari a pezzi.	" 511
13 - Superficie date sotto forma implicite.	" 513
14 - Area di una superficie regolare a pezzi. Estensione del teorema di Guldino.	" 516
15 - Superficie orientabili. Estensione del teorema di Stokes.	" 518
16 - Domini regolari dello spazio a tre dimensioni.	" 522
17 - Divergenza di un vettore dello spazio cartesiano a tre dimensioni.	" 525
18 - Il teorema di Gauss-Green nello spazio a tre dimensioni.	" 527
INDICE BIOGRAFICO DEGLI AUTORI CITATI.	" 536