

N. BOURBAKI

ÉLÉMENTS DE
MATHÉMATIQUE

ALGÈBRE COMMUTATIVE

Chapitre 8

Dimension

Chapitre 9

Anneaux locaux noethériens complets

MASSON

Paris New York Barcelone Milan Mexico Sao Paulo

1983

Table des matières

CHAPITRE VIII. — DIMENSION	VIII. 1
§ 1. <i>Dimension de Krull d'un anneau</i>	VIII. 1
1. Dimension de Krull d'un espace topologique	VIII. 1
2. Codimension d'une partie fermée	VIII. 4
3. Dimension d'un anneau, hauteur d'un idéal	VIII. 6
4. Dimension d'un module de type fini	VIII. 10
5. Cycles associés à un module	VIII. 11
§ 2. <i>Dimension des algèbres</i>	VIII. 13
1. Dimension et platitude	VIII. 13
2. Dimension d'une algèbre de type fini	VIII. 16
3. Dimension d'une algèbre entière	VIII. 17
4. Algèbres de type fini sur un corps	VIII. 19
§ 3. <i>Dimension des anneaux noethériens</i>	VIII. 24
1. Dimension d'un anneau quotient	VIII. 24
2. Dimension et suite sécantes	VIII. 26
3. Premières applications	VIII. 29
4. Changements d'anneaux	VIII. 32
5. Construction de suites sécantes	VIII. 36
§ 4. <i>Séries de Hilbert-Samuel</i>	VIII. 37
1. L'anneau $\mathbb{Z}(T)$	VIII. 37
2. Série de Poincaré d'un module gradué sur un anneau de polynômes	VIII. 39
3. Série de Hilbert-Samuel d'un module bien filtré	VIII. 43
4. Degré de la fonction de Hilbert-Samuel	VIII. 47
5. Série de Hilbert-Samuel d'un module quotient	VIII. 48
§ 5. <i>Anneaux locaux réguliers</i>	VIII. 51
1. Définition des anneaux locaux réguliers	VIII. 51
2. Anneau gradué associé à un anneau local régulier	VIII. 53
3. Quotients d'anneaux locaux réguliers	VIII. 55
4. Polynômes d'Eisenstein	VIII. 56
* 5. Structure des anneaux locaux noethériens réguliers complets	VIII. 60

§ 6. Dimension des anneaux gradués	VIII.62
1. Anneau filtré associé à un anneau gradué	VIII.62
2. Dimension et chaînes d'idéaux gradués	VIII.63
3. Dimension des modules gradués	VIII.65
4. Semi-continuité de la dimension	VIII.69
5. Algèbres graduées régulières	VIII.70
§ 7. Multiplicités	VIII.71
1. Multiplicité d'un module relativement à un idéal	VIII.71
2. Multiplicités et extensions plates	VIII.73
3. Multiplicités et extensions finies	VIII.74
4. Multiplicités et suites sécantes	VIII.76
5. Éléments superficiels	VIII.77
Exercices du § 1	VIII.81
Exercices du § 2	VIII.84
Exercices du § 3	VIII.86
Exercices du § 4	VIII.87
Exercices du § 5	VIII.94
Exercices du § 6	VIII.99
Exercices du § 7	VIII.103
CHAPITRE IX. — ANNEAUX LOCAUX NOETHÉRIENS COMPLETS	IX.1
§ 1. Vecteurs de Witt	IX.1
1. Polynômes de Witt	IX.1
2. Les applications f , v et Φ	IX.2
3. Construction de polynômes	IX.4
4. L'anneau $W(A)$ des vecteurs de Witt	IX.6
5. L'homomorphisme F et le décalage V	IX.7
6. Filtration et topologie de l'anneau $W(A)$	IX.10
7. Les anneaux $W_n(A)$ des vecteurs de Witt de longueur finie	IX.12
8. L'anneau des vecteurs de Witt à coefficients dans un anneau de caractéristique p	IX.15
§ 2. Anneaux de Cohen	IX.17
1. p -anneaux	IX.17
2. Anneaux de Cohen	IX.20
3. Existence et unicité des p -anneaux	IX.22
4. Représentants multiplicatifs	IX.24
5. Structure des anneaux locaux noethériens et complets	IX.26

§ 3. <i>Corps de représentants</i>	IX. 28
1. Anneaux locaux d'égales caractéristiques	IX. 28
2. Un théorème de relèvement	IX. 28
3. Corps de représentants	IX. 29
§ 4. <i>Fermeture intégrale d'un anneau local complet</i>	IX. 30
1. Anneaux japonais	IX. 30
2. Théorème de Nagata	IX. 31
3. Quelques lemmes	IX. 33
4. Anneaux de Nagata	IX. 34
<i>Appendice</i>	IX. 37
1. Limite inductive d'anneaux locaux	IX. 37
2. Gonflement d'un anneau local	IX. 37
3. Existence des p -anneaux	IX. 41
Exercices du § 1	IX. 42
Exercices du § 2	IX. 68
Exercices du § 3	IX. 75
Exercices du § 4	IX. 78
Exercices de l'Appendice	IX. 84
Index des notations	195
Index terminologique	196
Table des matières	198