

NICOLAS BOULEAU

PROCESSUS

STOCHASTIQUES

ET APPLICATIONS

HERMANN

TABLE

CHAPITRE I. GENERALITES SUR LES PROCESSUS	13
- Connaissances préalables	13
- Rappels sur les espérances conditionnelles	14
- Le théorème de classe monotone	17
- Construction de processus, processus canoniques	20
. Exercices de maniement	26
- <u>Exposé</u> : Filtrage de Kalman à temps discret	29
- <u>Exposé</u> : Un exemple d'analyse numérique stochastique. L'algorithme d'approximation de Robbins-Monro	34
. Bibliographie	46
 CHAPITRE II. CHAINES DE MARKOV	47
- Eléments de la théorie des chaînes de Markov	47
Le caractère markovien - chaînes dénombrables - classification des états - classes irréductibles - théorèmes limites des chaînes récurrentes - chaînes à espace d'état non dénombrable.	
. Exercices de maniement	52
- Etude de quelques chaînes particulières	70
Promenades aléatoires.	70
- <u>Exposé</u> : L'urne de Polya	72
- <u>Exposé</u> : Chaînes de Galton-Watson	74
. Exercices	79
. Bibliographie	86

- Processus de sauts markoviens	87
Processus de Markov à temps continu - processus de sauts - construction - comportement asymptotique.	
- <u>Exposé</u> : Explosion de processus de sauts d'intensité non bornée	101
- <u>Exposé</u> : Processus de branchement	103
. Exercices de maniement	105
- Processus de Poisson	107
Définition - phénomènes sans vieillissement - superposition de processus de Poisson indépendants - superposition d'un grand nombre de phénomènes sans vieillissement - nombre d'instants de sauts dans un ensemble borné.	
. Exercices	117
- Application aux files d'attente	122
Généralités - la chaîne M/M/1 - étude de quelques autres files.	
. Exercices	132
- Processus ponctuels	134
. Le processus de Poisson comme processus ponctuel - mesure de concentration (intensité) d'un processus ponctuel - construction - Exemple - fonctionnelle génératrice de Laplace.	
- <u>Exposé</u> : Modèles de trafic poissoniens	140
- <u>Exposé</u> : Texture des filtres en chromatographie et en granulométrie	144
. Bibliographie	148

CHAPITRE IV. PROCESSUS A ACCROISSEMENTS INDEPENDANTS

151

- Processus à accroissements indépendants, Définition	157
PAIS et lois indéfiniment divisibles - processus de sauts à accroissements indépendants.	
- Mouvement brownien	155
Mouvement d'une particule dans un liquide - définition - propriétés des trajectoires.	

- Processus de Lévy : sous-ordinateurs	161
Mesure de Lévy.	
. Exercices de maniement	166
. Exercices	167
- <u>Exposé</u> : Théorie des réservoirs, des stocks et des assurances	170
. Bibliographie	180
 CHAPITRE V. PROCESSUS DU SECOND ORDRE:	181
- Processus du second ordre	181
Processus gaussiens réels et complexes - processus stationnaires.	
- Représentation spectrale des processus stationnaires	185
Intégrale de Wiener - représentation spectrale - dérivation	
- interprétation physique de la mesure spectrale - bruit blanc - cas multivarié.	
. Exercices de maniement	202
. Exercices	206
- Transformations linéaires et processus stationnaires	211
Cas déterministe - cas aléatoire - exemples - combinaisons linéaires - moyennes mobiles - dérivations - équations différentielles.	
. Exercices de maniement	219
. Exercices	220
- <u>Exposé</u> : Equations différentielles stochastiques linéaires à coefficients non constants	225
- Prédiction et filtrage	233
Généralités - cas stationnaire.	
- <u>Exposé</u> : Principe du filtrage de Wiener	237
- Propriétés ergodiques des processus stationnaires du second ordre	241
. Exercices	245
- Processus du second ordre à temps discret, prévisions des séries temporelles	248
. Bibliographie	259

CHAPITRE VI. INTRODUCTION AU CALCUL DE ITO	261
- Intégrale stochastique de processus	261
- Formule de Ito, processus de Ito, calcul différentiel de Ito, cas multivarié, martingales exponentielles, propriété de Cameron-Martin-Girsanov	
- <u>Exposé</u> : Application de la propriété de Cameron-Martin-Girsanov à la détection d'un signal	275
. Exercices	281
. Bibliographie	283
CHAPITRE VII. EQUATIONS DIFFERENTIELLES STOCHASTIQUES	285
- Définitions et notations	286
- Théorème de Ito	286
- Propriétés de la solution-unicité trajectorielle et unicité en loi, dépendance par rapport à la donnée initiale	289
. Exemples	292
. Exercices	295
. Bibliographie	297
CHAPITRE VIII. PROCESSUS DE MARKOV ET DIFFUSIONS	299
- Caractère markovien, semigroupe, exemples	299
- Propriété de Markov forte	306
- <u>Exposé</u> : Théorème de Kakutani (1944)	313
- Générateur infinitésimal, exemples	315
- Générateur infinitésimal d'une diffusion, équations de Kolmogorov	320
- <u>Exposé</u> : Processus d'Ornstein-Uhlenbeck	328
- <u>Exposé</u> : Introduction aux modèles financiers : stratégies de couverture des actifs conditionnels	332
. Problème et exercices	336
. Bibliographie	340
Remerciements	343
INDEX	344