

TEORIA DELLA COMPLESSITÀ COMPUTAZIONALE

DI DANIEL PIERRE BOVET
E PIERLUIGI CRESCENZI

FRANCO ANGELI

Indice

Introduzione	pag. 11
1. Notazioni matematiche e richiami	> 17
1.1. <u>Insiemi, relazioni e funzioni</u>	> 17
1.1.1. <u>Operazioni su insiemi</u>	> 18
1.1.2. <u>Coppie, n-uple e relazioni</u>	> 20
1.1.3. <u>Relazioni di equivalenza ed ordini parziali</u>	> 21
1.1.4. <u>Funzioni</u>	> 22
1.1.5. <u>Relazioni e funzioni inverse</u>	> 23
1.1.6. <u>Biezioni naturali</u>	> 24
1.1.7. <u>Chiusura di un insieme</u>	> 24
1.2. <u>Cardinalità di insiemi</u>	> 24
1.2.1. <u>Numeri cardinali</u>	> 24
1.2.2. <u>Insiemi numerabili</u>	> 25
1.2.3. <u>Insiemi non numerabili</u>	> 27
1.3. <u>Grafi</u>	> 29
1.4. <u>Alfabeti, parole e linguaggi</u>	> 30
1.5. <u>Classe di funzioni \mathcal{O}</u>	> 31
Problemi	> 32
Note e riferimenti	> 32
2. Richiami di teoria della calcolabilità	> 33
2.1. <u>Modelli di calcolo, algoritmi e computazioni</u>	> 34
2.1.1. <u>Macchine di Turing</u>	> 35

2.1.2. Funzioni calcolabili	pag. 43
2.2. Grammatiche e linguaggi	> 43
2.3. Macchine e linguaggi	> 48
2.3.1. Accettabilità, decidibilità ed enumerabilità	> 48
2.4. Riducibilità tra linguaggi	> 51
2.4.1. Proprietà delle riducibilità	> 52
2.4.2. m-riducibilità e T-riducibilità	> 53
Problemi	> 55
Note e riferimenti	> 56
3. Problemi, codifiche e linguaggi	> 58
3.1. Problemi decisionali	> 58
3.2. Codifica dei problemi decisionali	> 61
3.2.1. Problemi decidibili	> 63
3.3. Problemi complementari	> 63
3.4. Altri tipi di problemi	> 64
Problemi	> 65
Note e riferimenti	> 65
4. Misure di complessità	> 66
4.1. Misure statiche	> 67
4.2. Misure dinamiche	> 67
4.2.1. Definizione assiomatica	> 68
4.2.2. TEMPO e SPAZIO deterministico	> 69
4.2.3. TEMPO e SPAZIO non deterministico	> 71
4.3. Altre misure di complessità	> 72
Problemi	> 72
Note e riferimenti	> 73
5. Classi di complessità temporale	> 74
5.1. Classi di linguaggi	> 75
5.2. Confronto tra classi	> 76
5.2.1. Inclusione	> 76
5.2.2. Inclusione propria	> 77
5.2.3. Completezza di un linguaggio	> 77
5.3. Classi di complessità	> 78
5.3.1. Funzioni limite	> 78

5.3.2. Classi deterministiche	pag. 80
5.3.3. Classi non deterministiche	> 82
5.3.4. Classi relativizzate	> 83
5.4. Complessità e codifica	> 83
Problemi	> 84
Note e riferimenti	> 85
6. La classe P	> 87
6.1. <u>La classe P</u>	> 87
6.1.1. La classe FP	> 90
6.1.2. Esempi di problemi in P	> 90
6.1.3. Alcune proprietà della classe P	> 91
6.1.4. Diagonalizzazione uniforme	> 92
6.2. Polinomialità non costruttiva	> 96
6.2.1. <u>Problemi computazionalmente intrattabili in P</u>	> 96
6.2.2. Dimostrazioni alternative di appartenenza a P	> 97
Problemi	> 103
Note e riferimenti	> 105
7. La classe NP	> 106
7.1. La classe NP	> 106
7.2. La congettura $P \neq NP$	> 107
7.3. Linguaggi NP-completi	> 109
7.3.1. Il teorema di Cook	> 109
7.3.2. Dimostrazioni di NP-completezza	> 113
7.4. Linguaggi p-isomorfi	> 115
7.5. Linguaggi NP-intermedi	> 120
7.5.1. Isomorfismo tra gruppi	> 121
7.6. Linguaggi radi ed unari	> 122
7.6.1. NP-completezza di linguaggi radi	> 123
7.6.2. Esistono linguaggi radi in NP-P?	> 128
7.7. Calcolo e verifica di una funzione	> 131
Problemi	> 134
Note e riferimenti	> 136
8. <u>Complessità dei problemi di ottimizzazione</u>	> 138
8.1. Problemi di ottimizzazione	> 138

8.1.1. La classe NPO	pag. 140
8.1.2. La classe PO	> 141
8.2. Linguaggi soggiacenti	> 142
8.3. Misura e soluzione ottima	> 143
8.4. Approssimabilità	> 146
8.4.1. La classe APX	> 147
8.4.2. La classe PAS	> 149
8.4.3. La classe FPAS	> 150
Problemi	> 156
Note e riferimenti	> 157
9. Oltre NP	> 159
9.1. La classe coNP	> 159
9.2. La gerarchia booleana	> 162
9.3. La gerarchia polinomiale	> 163
9.3.1. Una prima definizione	> 164
9.3.2. Alcune proprietà	> 166
9.3.3. Una definizione alternativa	> 167
9.3.4. Linguaggi Σ_k^P -completi	> 170
9.3.5. Il collasso della gerarchia polinomiale	> 171
9.4. Complessità esponenziale	> 173
9.4.1. La congettura $LEXP \neq NLEXP$	> 173
Problemi	> 175
Note e riferimenti	> 176
10. Classi di complessità spaziale	> 178
10.1. Relazioni tra tempo e spazio	> 178
10.2. La classe LOGSPAZIO	> 180
10.2.1. La congettura LOGSPAZIO $\neq P$	> 181
10.2.2. Problemi P-completi	> 181
10.3. La classe PSPACE	> 186
10.3.1. Una caratterizzazione alternativa	> 189
10.3.2. Problemi PSPACE-completi	> 190
10.4. Chiusura rispetto al complemento	> 192
10.5. Inclusioni tra classi di complessità	> 197
Problemi	> 198
Note e riferimenti	> 199

11. Relativizzazione	pag. 201
11.1. Le classi P ed NP relativizzate	> 202
11.2. Separazione forte	> 204
11.3. Relativizzazione positiva	> 207
11.3.1. Limiti sul modello di calcolo	> 207
11.3.2. Limiti sui linguaggi oracolo	> 210
Problemi	> 211
Note e riferimenti	> 212
12. Algoritmi probabilistici	> 213
12.1. Un algoritmo probabilistico	> 214
12.2. Monte Carlo o Las Vegas?	> 215
12.3. Altri esempi	> 217
Problemi	> 220
Note e riferimenti	> 220
13. Classi di complessità probabilistiche	> 222
13.1. Macchine di Turing probabilistiche	> 222
13.1.1. Macchine di tipo PP	> 224
13.1.2. Macchine di tipo BPP	> 225
13.1.3. Macchine di tipo R	> 228
13.1.4. Macchine di tipo ZPP	> 229
13.2. Classi probabilistiche	> 231
13.2.1. Alcune relazioni di inclusione	> 232
13.2.2. Linguaggi PP-completi	> 235
13.3. Quantificatori probabilistici	> 237
Problemi	> 239
Note e riferimenti	> 240
14. Algoritmi probabilistici e PSPACE	> 241
14.1. Dimostrazioni interattive e PSPACE	> 241
14.1.1. Sistemi di dimostrazione interattivi	> 241
14.1.2. La classe IP	> 246
14.2. $IP = PSPACE$	> 247
14.2.1. Formule booleane quantificate	> 248
14.2.2. Una dimostrazione interattiva per QBF	> 251

Problemi	pag. 255
Note e riferimenti	> 256
15. Modelli di calcolo parallelo	> 258
15.1. Caratteristiche comuni	> 259
15.2. Modelli PRAM	> 261
15.2.1. Il modello RAM	> 261
15.2.2. Il modello PRAM di base	> 263
15.2.3. Condivisione della memoria	> 265
15.2.4. Confronto tra modelli PRAM	> 266
15.3. Il modello SIMDAG	> 267
15.3.1. Inclusione stretta tra modelli SIMDAG	> 268
15.4. Circuiti	> 272
15.4.1. Complessità circuitale di funzioni booleane	> 274
15.4.2. Famiglie di circuiti	> 277
15.4.3. Famiglie di circuiti uniformi	> 280
15.5. Conglomerati	> 282
15.6. Confronto tra modelli	> 287
Problemi	> 289
Note e riferimenti	> 291
16. Calcolo parallelo	> 292
16.1. Problemi parallelizzabili in modo efficace	> 293
16.1.1. La classe NC	> 294
16.2. Esempi di problemi in NC	> 300
16.3. La tesi del calcolo parallelo	> 302
16.4. Problemi non parallelizzabili	> 303
Problemi	> 304
Note e riferimenti	> 306
Bibliografia	> 309
Indice dei simboli	> 317
Indice analitico	> 319