

W. GRÖBNER

**SERIE DI LIE
E LORO
APPLICAZIONI**

CREMONESE - ROMA

INDICE

| | | |
|-----------------------------|------|---|
| <i>Prefazione</i> | Pag. | v |
|-----------------------------|------|---|

RICHIAMI DI TEORIA DELLE FUNZIONI ANALITICHE DI PIÙ VARIABILI COMPLESSE

| | | |
|--|------|---|
| Rappresentazione mediante serie di potenze | Pag. | 1 |
| Il metodo delle maggioranti di Cauchy | * | 6 |
| Bibliografia | * | 9 |

CAPITOLO I

TEORIA GENERALE DELLE SERIE DI LIE

| | | |
|---|---|----|
| I.1. Definizione e convergenza - Esempi - Valutazione del resto | * | 10 |
| I.2. Le proprietà delle serie di Lie | * | 19 |
| I.3. Applicazione delle serie di Lie alla risoluzione di equazioni differenziali - Prolungamento analitico delle soluzioni - Esempi - Sistemi differenziali non autonomi | * | 25 |
| I.4. Esercizi e complementi | * | 34 |

CAPITOLO II

IL PROBLEMA DEGLI n CORPI

| | | |
|-------|--|---------|
| II.1. | Il problema degli n corpi - Applicazione del calcolo vettoriale - Gli integrali algebrici del problema degli n corpi | Pag. 46 |
| II.2. | Il problema dei due corpi e il moto dei pianeti | • 54 |
| II.3. | Il problema ristretto dei tre corpi | • 70 |
| II.4. | Esercizi e complementi | • 77 |

CAPITOLO III

TEORIA DELLE APPROSSIMAZIONI

| | | |
|--------|--|------|
| III.1. | Formula delle perturbazioni - Sistemi non autonomi | • 84 |
| III.2. | Formule integrodifferenziali | • 93 |
| III.3. | Esercizi e complementi | • 94 |

CAPITOLO IV

LE SERIE DI LIE MULTIPLE E LE LORO APPLICAZIONI

| | | |
|-------|---|-------|
| IV.1. | Definizione e proprietà | • 104 |
| IV.2. | L'anello di Lie di operatori differenziali lineari | • 106 |
| IV.3. | Serie di Lie multiple con operatori commutabili | • 111 |
| IV.4. | Inversione di un sistema di funzioni olomorfe - Calcolo delle soluzioni di sistemi di equazioni | • 113 |
| IV.5. | Esercizi e complementi | • 116 |

CAPITOLO V

RAPPRESENTAZIONE PARAMETRICA
DELLE VARIETÀ ALGEBRICHE MEDIANTE SERIE DI LIE

- V.1. Anelli di Lie associati alle varietà algebriche . . . Pag. 124
 V.2. Il caso di operatori commutabili. Integrali abeliani - Esempio: integrale ellittico di prima specie * 128

APPENDICE

APPLICAZIONI NUMERICHE DELLE SERIE DI LIE PER LA
SOLUZIONE DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE
di H. KNAPP e G. WANNER

CAPITOLO A.I

TEORIA NEL CASO NON ANALITICO

- A.I.1. Il problema e la formula principale * 138
 A.I.2. Dimostrazione della formula principale (A.I.12) mediante integrazione per parti * 142
 A.I.3. Ordine del resto * 146
 A.I.4. Interpretazione iterativa. — Processo di iterazione G_g * 147
 A.I.5. Le possibili applicazioni del metodo descritto al problema posto * 156
 A.I.6. Limitazioni dell'errore senza la conoscenza della soluzione * 157
 A.I.7. Appendice concernente il resto (A.I.13) * 158

CAPITOLO A.II

IL CASO ANALITICO. GENERALIZZAZIONI

| | | |
|---------|--|----------|
| A.II.1. | Il teorema di scambio (I.29) | Pag. 160 |
| A.II.2. | Seconda dimostrazione della formula principale | * 162 |
| A.II.3. | Serie di potenze come caso particolare | * 167 |
| A.II.4. | Metodo di Poincarè dello sviluppo secondo un parametro | * 168 |
| A.II.5. | Serie di Lie con integrali multipli | * 171 |

CAPITOLO A.III

VALUTAZIONE NUMERICA DELLA FORMULA PRINCIPALE

| | | |
|----------|---|-------|
| A.III.1. | Le soluzioni approssimanti | * 174 |
| A.III.2. | Quadratura numerica degli integrali occorrenti nella formula principale | * 176 |
| A.III.3. | Calcolo ricorrente delle derivate - Formule ricorrenti per espressioni contenenti un operatore \bar{D} - Tavole di formule ricorrenti | * 181 |
| A.III.4. | Scelta degli ordini m, s, k | * 189 |
| A.III.5. | Valutazione degli errori di troncamento (delle serie) | * 189 |
| A.III.6. | Controllo del passo | * 191 |
| A.III.7. | Calcolo della matrice di connessione | * 192 |
| A.III.8. | Controllo ottimale dei passi | * 192 |
| A.III.9. | Problemi ai limiti | * 194 |

CAPITOLO A.IV

ESPERIENZE PRATICHE

| | |
|--|----------|
| 1° Esempio | Pag. 196 |
| 2° Esempio | » 197 |
| 3° Esempio | » 198 |
| 4° Esempio | » 199 |
| 5° Esempio: Problema ristretto dei tre corpi (nel piano) | » 200 |
| 6° Esempio: Problema ai limiti | » 202 |

CAPITOLO A.V

LIESE: PROGRAMMA-FORTRAN

PER IL CALCOLO AUTOMATICO DELLE SOLUZIONI
DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI MEDIANTE SERIE DI LIE

| | |
|--|-------|
| A.V.1. Schema generale | » 203 |
| A.V.2. Osservazioni concernenti l'uso di LIESE | » 204 |
| A) Sottoprogramma EQUATION | » 204 |
| B) Esempi | » 207 |
| C) Immissione dei dati | » 210 |
| D) Emissione dei risultati | » 213 |
| A.V.3. Descrizione dei sottoprogrammi | » 213 |
| A.V.4. Elenco dei programmi | » 214 |
| <i>Nota bibliografica</i> | » 233 |
| <i>Indice analitico</i> | » 237 |