

OPTIMISATION COMBINATOIRE

Méthodes mathématiques et algorithmiques

Michel Sakarovitch

Professeur à l'université scientifique et médicale de Grenoble
Directeur des Études Systèmes Médecine et Groupe B.I.I.

GRAPHES ET PROGRAMMATION LINÉAIRE



HERMANN, ÉDITEURS DES SCIENCES ET DES ARTS

Table

GRAPHES ET PROGRAMMATION LINÉAIRE

<i>Avant-propos</i>	ix
<i>Préface</i>	xi
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	1
1. La problématique de l'optimisation combinatoire	1
2. Outils fondamentaux de l'optimisation combinatoire	3
A. Complexité des algorithmes	5
B. Graphes	6
C. Programmation linéaire en nombres entiers	6
D. Programmation linéaire	6
E. Algorithme glouton	7
3. Présentation des algorithmes	8
<i>Exercices</i>	10
PREMIÈRE PARTIE : THÉORIE DES GRAPHES	15
CHAPITRE 2 : NOTIONS FONDAMENTALES DE LA THÉORIE DES GRAPHES	17
1. Graphe; isomorphie; adjacence	17
2. Graphe simple; chemin	20
3. Forte connexité	22
4. Graphe non orienté; chaîne; connexité	27
5. Cycle; sous graphe; graphe partiel	31
<i>Exercices</i>	33
CHAPITRE 3 : ARBRES ET ARBORESCENCES	37
1. Propriétés des arbres	37
2. Arborescences	41
3. Problème de l'arbre de poids maximum	43
<i>Exercices</i>	49
CHAPITRE 4 : REPRÉSENTATION DES GRAPHES	53
1. Un exemple	54
2. Structuration des données; listes	56

3. Représentation des arborescences	60
4. Représentation des arbres	62
5. Représentation des graphes	64
<i>Exercices</i>	66
CHAPITRE 5 : CYCLES ET COCYCLES; FLOTS ET TENSIONS; CYCLES EULÉRIENS ET HAMILTONIENS	69
1. Cycles et cocycles	69
2. Relations de dualité entre cycles et cocycles	73
3. Sous espaces vectoriels des flots et tensions	75
4. Matrices associées aux graphes	78
5. Cycles eulériens et hamiltoniens	83
<i>Exercices</i>	87
CHAPITRE 6 : GRAPHES BIPARTIS; COUPLAGE ET RECOUVREMENT; GRAPHES PLANAIRES; GRAPHES PARFAITS	93
1. Graphes bipartis	93
2. Couplage, recouvrement, stables et transversaux	95
3. Couplage dans les graphes bipartis	99
4. Graphes planaires	102
5. Appendice; graphes parfaits	107
<i>Exercices</i>	109
DEUXIÈME PARTIE : PROGRAMMATION LINÉAIRE	117
CHAPITRE 7 : PROGRAMMES LINÉAIRES; PROGRAMMES LINÉAIRES DUAUX	119
1. Problématique de la programmation linéaire	119
2. Forme canonique, forme standard	123
3. Programmes linéaires duaux	126
4. Appendice; notations	132
<i>Exercices</i>	134
CHAPITRE 8 : RÉSOLUTION DES SYSTÈMES LINÉAIRES (RAPPELS); BASES ET SOLUTIONS DE BASE DES PROGRAMMES LINÉAIRES ..	141
1. Théorie des systèmes linéaires	141
2. Résolution des systèmes linéaires	145
3. Bases; solutions de base des programmes linéaires	148
4. Bases réalisables; bases optimales	152
<i>Exercices</i>	154

CHAPITRE 9 : LA MÉTHODE DU SIMPLEXE	159
1. Étude d'un cas particulier	160
2. L'algorithme du simplexe	162
3. Finitude de l'algorithme du simplexe	168
4. Initialisation de l'algorithme du simplexe	169
5. Résultats qui se déduisent de la méthode du simplexe	174
6. Appendice: finitude de l'algorithme du simplexe, démonstration du théorème 3	176
<i>Exercices</i>	179
CHAPITRE 10 : COMPLÉMENTS SUR LA DUALITÉ; INTERPRÉTATION ÉCONOMIQUE ET GÉOMÉTRIQUE DE LA PROGRAMMATION LINÉAIRE	183
1. Théorème de dualité; théorème des écarts complémentaires	183
2. Programmation linéaire et modèles économiques	186
3. Interprétation géométrique de la programmation linéaire	188
<i>Exercices</i>	194
CHAPITRE 11 : MISE EN ŒUVRE DE LA MÉTHODE DU SIMPLEXE; ALGORITHME RÉVISÉ; VARIABLES BORNÉES; ALGORITHME DUAL; PROGRAMMATION LINÉAIRE PARAMÉTRIQUE	197
1. Efficacité et problèmes numériques	198
2. L'algorithme révisé du simplexe	200
3. Programmes linéaires en variables bornées	203
4. L'algorithme dual du simplexe	208
5. Programmation linéaire paramétrique	210
6. Algorithme dual en variables bornées	212
7. Une application de l'algorithme révisé : la méthode de « génération de colonnes » pour résoudre les problèmes de découpe	213
<i>Exercices</i>	215
CHAPITRE 12 : LE PROBLÈME DE TRANSPORT	219
1. Position du problème de transport	219
2. Propriétés du problème de transport	221
3. Résolution du problème de transport	227
4. Le problème d'affectation	230
<i>Exercices</i>	232
<i>Références</i>	237
<i>Index</i>	239
<i>Index des modèles</i>	243
<i>Index des algorithmes</i>	245