

Georgij Evgheniévitch Silov

ANALISI MATEMATICA

Funzioni di una variabile

Prima e seconda parti

/

Edizioni Mir

Indice

Prefazione

p. 9

Prima parte

INTRODUZIONE ALL'ANALISI

I. Numeri reali

§ 1.1. Nozioni iniziali di insiemi	15
§ 1.2. Assiomi dei numeri reali	17
§ 1.3. Corollari degli assiomi della somma	19
§ 1.4. Corollari degli assiomi del prodotto	20
§ 1.5. Corollari degli assiomi dell'ordine	23
§ 1.6. Corollari dell'assioma dell'estremo superiore	25
§ 1.7. Principio di Archimede e sue conseguenze	29
§ 1.8. Principio degli intervalli inclusi di Cantor	33
§ 1.9. Dominio dei numeri reali allargato	35
Complemento al capitolo I. Logica simbolica	36
Problemi	37
Cenni storici	37

II. Elementi della teoria degli insiemi

§ 2.1. Operazioni sugli insiemi	39
§ 2.2. Equivalenza di insiemi	41
§ 2.3. Insiemi numerabili	43
§ 2.4. Insiemi a potenza del continuo	46
§ 2.5. Concetto di struttura matematica. Isomorfismo di strutture	47
§ 2.6. Spazio a n dimensioni	51
§ 2.7. Numeri complessi	55
§ 2.8. Nozione generale di funzione. Grafico	59
Problemi	61
Cenni storici	62

III. Spazi metrici

§ 3.1. Definizioni ed esempi	64
§ 3.2. Insiemi aperti	71
§ 3.3. Successioni convergenti e omomorfismo	73
§ 3.4. Punti limite	82
§ 3.5. Insiemi chiusi	85
§ 3.6. Insiemi dappertutto densi e chiusure	87
§ 3.7. Spazi completi	90
§ 3.8. Completamento	95
§ 3.9. Compattezza	99
Problemi	105
Cenni storici	106

IV. Teoria generale dei limiti

§ 4.1. Definizione di limite	p. 107
§ 4.2. Teoremi generali sui limiti	114
§ 4.3. Limiti delle funzioni numeriche	115
§ 4.4. Punti limite di una funzione	121
§ 4.5. Funzioni non decrescenti su una direzione	123
§ 4.6. Teoremi fondamentali sulle successioni numeriche	126
§ 4.7. Limiti delle funzioni vettoriali	129
Problemi	131
Cenni storici	133

V. Funzioni continue

§ 5.1. Funzioni continue in uno spazio metrico	134
§ 5.2. Funzioni numeriche continue sulla retta numerica	141
§ 5.3. Funzioni monotone	144
§ 5.4. Logaritmo	147
§ 5.5. Funzione esponenziale	150
§ 5.6. Funzioni trigonometriche	158
§ 5.7. Applicazioni delle funzioni trigonometriche	165
§ 5.8. Funzioni continue vettoriali di una variabile vettoriale	171
§ 5.9. Successioni di funzioni	178
Problemi	182
Cenni storici	183

VI. Serie

§ 6.1. Serie numeriche. Serie a segno positivo	185
§ 6.2. Serie a termini reali qualsiasi	192
§ 6.3. Operazioni sulle serie	194
§ 6.4. Serie di vettori	200
§ 6.5. Serie di funzioni	208
§ 6.6. Serie di potenze	209
Problemi	214
Cenni storici	216

Seconda parte

CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE

VII. Derivata

§ 7.1. Definizione di derivata	219
§ 7.2. Seconda definizione di derivata	227
§ 7.3. Differenziale	230
§ 7.4. Teoremi degli incrementi finiti	231
§ 7.5. Posizione di una curva rispetto alla sua tangente	233
§ 7.6. Regole di L'Hôpital	236
Problemi	239
Cenni storici	241

VIII. Derivate di ordine superiore

§ 8.1. Definizioni ed esempi	242
§ 8.2. Formula di Taylor	245
§ 8.3. Analisi dell'andamento di una funzione nell'intorno di un dato punto	248

§ 8.4. Differenziali di ordine superiore	p. 252
§ 8.5. Serie di Taylor	253
§ 8.6. Funzione esponenziale e funzioni trigonometriche nel dominio complesso	256
§ 8.7. Funzioni iperboliche	260
Problemi	263
Cenni storici	265

IX. Integrale di Riemann

§ 9.1. Definizione di integrale e teoremi di esistenza	266
§ 9.2. A che cosa serve l'integrale?	279
§ 9.3. Integrale come funzione del limite superiore	285
§ 9.4. Calcolo degli integrali indefiniti	291
§ 9.5. Calcolo degli integrali definiti	301
§ 9.6. Applicazioni dell'integrale	311
§ 9.7. Integrazione e derivazione di una successione di funzioni	335
§ 9.8. Integrazione e derivazione rispetto a un parametro	340
§ 9.9. Integrali curvilinei	346
Problemi	354
Cenni storici	356

X. Funzioni analitiche

§ 10.1. Definizioni ed esempi	358
§ 10.2. Integrali curvilinei di funzioni complesse	365
§ 10.3. Teorema di Cauchy e suoi corollari	373
§ 10.4. Residui e punti singolari isolati	386
§ 10.5. Applicazioni del piano complesso in se stesso. Funzioni elementari	397
Problemi	405
Cenni storici	408

XI. Integrali impropri

§ 11.1. Integrali impropri di prima specie	409
§ 11.2. Integrali impropri di seconda e di terza specie	421
§ 11.3. Calcolo degli integrali impropri mediante i residui	425
§ 11.4. Integrali impropri contenenti un parametro	434
§ 11.5. Funzioni gamma e beta di Eulero	446
Problemi	457
Cenni storici	458
Suggerimenti e risposte ai problemi	459
Indice analitico	470