

marida bertocchi
silvana stefani
giovanni zambruno

**matematica
per l'economia
e la finanza**

McGraw-Hill Libri Italia srl

Milano • New York • St. Louis • San Francisco • Oklahoma City • Auckland
Bogotá • Caracas • Hamburgo • L. S. Giovanni • Londra • Mosca • Montreal • Nuova Delhi
Parigi • San Juan • São Paulo • Singapore • Sydney • Tokyo • Toronto

Indice generale

Prefazione	xiii
1 Nozioni preliminari	1
1.1 Elementi di logica matematica	1
Il calcolo proposizionale	2
1.2 Elementi di teoria degli insiemi	8
Rappresentazione degli insiemi	9
Sottoinsiemi	10
Operazioni fra insiemi	12
Complementare di un insieme	14
Prodotto cartesiano di due insiemi	15
Relazione fra due insiemi	17
Applicazioni e funzioni	22
1.3 Insiemi numerici	28
Estremo superiore e inferiore	38
I numeri complessi	39
Forma algebrica del numero complesso	42
Forma trigonometrica ed esponenziale di un numero complesso	43
1.4 Spazi metrici e topologici	47
Insiemi compatti	53
Insiemi connessi	54
1.5 Il principio di induzione	54
1.6 Elementi di calcolo combinatorio	56
Permutazioni	56

Permutazioni con ripetizione	58
Disposizioni	62
Disposizioni con ripetizione	63
Combinazioni	64
Combinazioni con ripetizione	65
Termini, concetti chiave, formule importanti	66
2 Spazi e applicazioni lineari	69
Un problema di marketing	69
Il processo di formalizzazione	69
L'impostazione del problema	69
2.1 Definizione e simbologia	71
2.2 Algebra delle matrici	74
2.3 Determinante e inversa	88
2.4 Operazioni elementari	100
2.5 Matrici particolari	104
Matrici diagonali e diagonali a blocchi	104
Matrici triangolari (e triangolari a blocchi) superiori e inferiori	105
Matrici simmetriche	107
Matrici ortogonali e unitarie	107
Matrici emisimmetriche	108
Matrici elementari	109
Matrici di permutazione	109
2.6 Spazi lineari (o vettoriali)	110
Assiomi sulla somma	112
Assiomi sulla moltiplicazione per uno scalare	112
Coordinate e cambio di base	130
2.7 Spazi normati	133
2.8 Spazi affini, insiemi convessi e coni	137
2.9 Indipendenza lineare e rango	139
2.10 Applicazioni lineari	145
2.11 Norma di una matrice	157
2.12 Cambio di base e similitudine	158
2.13 Risoluzione di sistemi lineari di m equazioni in n incognite	162
Risoluzione di un sistema lineare mediante il metodo dell'inversa	166
2.14 Ortogonalità e minimi quadrati in \mathbb{R}^n	171
Basi ortonormali	175
Il metodo dei minimi quadrati	179
2.15 Metodi di eliminazione di Gauss e di Gauss-Jordan	183
Operazioni sulle righe per la risoluzione di sistemi lineari	187
Calcolo dell'inversa di una matrice di ordine n	188
Ricerca del rango di una matrice $m \times n$	189
Ricerca della base di un sottospazio, dato un sistema di generatori	190
2.16 Numero di condizione di una matrice	191

Il completamento del modello	196
Termini, concetti chiave, formule importanti	197
3 Autovalori	199
Un problema economico di produzione	199
Il processo di formalizzazione	199
1. impostazione del problema	200
3.1 Autovalori e autovettori	200
3.2 Diagonalizzazione e triangolarizzazione	217
3.3 Matrici simmetriche e Hermitiane	222
3.4 Forma canonica di Jordan	225
3.5 Forme quadratiche	229
Forme quadratiche definite	233
3.6 Matrici quadrate non negative	240
Matrici primitive e cicliche	249
Matrici riducibili e irriducibili	250
3.7 Inversa generalizzata	258
Il completamento del modello	263
Termini, concetti chiave, formule importanti	264
4 Funzioni	267
Il concetto di utilità	267
Il processo di formalizzazione	267
Il modello di utilità	268
4.1 Generalità sulle funzioni	268
4.2 Rappresentazione grafica	271
4.3 Alcune proprietà delle funzioni di una variabile	280
Funzioni monotone	284
4.4 Funzioni elementari	288
La funzione affine (retta)	288
La funzione quadratica (parabola)	292
La funzione polinomiale	294
La funzione razionale	295
La funzione esponenziale	296
La funzione logaritmica	297
4.5 Particolari tipi di funzioni	299
La funzione inversa	299
Funzioni limitate	302
Funzioni omogenee	303
Funzioni convesse	305
Composizione di funzioni	308
Il completamento del modello di utilità	310
Termini, concetti chiave, formule importanti	312

5	Limiti e continuità	313
	Un problema di marketing	313
	Il processo di formalizzazione	313
	Il modello	313
5.1	Limiti di funzioni	316
5.2	Definizioni e simbologia	317
	Limite finito	317
	Limite infinito	321
	Limite per eccesso e per difetto	329
	Limite su insiemi illimitati	329
5.3	Teoremi sui limiti	334
5.4	Operazioni sui limiti	340
5.5	Limiti delle funzioni potenza, esponenziale e logaritmo	347
	Funzione potenza	347
	Funzione esponenziale	347
	Funzione logaritmo	348
5.6	Asintoti obliqui	348
5.7	Continuità	351
5.8	Teoremi sul punto fisso	366
5.9	Limiti notevoli	368
	Il numero di Nepero (o Eulero)	368
5.10	Infinitesimi	374
5.11	Infiniti	376
	Confronti tra le funzioni potenza, esponenziale e logaritmo	378
5.12	Confronto fra funzioni	379
	Il simbolo di uguaglianza asintotica	379
	Il simbolo di rapporto infinitesimo	382
	Il simbolo di rapporto limitato	385
	Il completamento del modello	387
	Termini, concetti chiave, formule importanti	388
6	Derivate	391
	Produzione media e produzione marginale	391
	Il processo di formalizzazione	392
	Il modello	393
6.1	Derivata di funzione di una variabile	393
6.2	Differenziale di funzione di una variabile	400
6.3	Derivate delle funzioni elementari	403
6.4	Derivate parziali di funzione di più variabili	405
6.5	Differenziale di funzione di più variabili	410
6.6	Derivate direzionali	414
6.7	Operazioni sulle derivate	416
6.8	Teoremi sulle funzioni differenziabili	424

6.9	Teoremi sulle funzioni differenziabili di una variabile	427
6.10	Derivate di ordine superiore al primo	440
6.11	Elasticità	445
	Il completamento del modello	447
	Termini, concetti chiave, formule importanti	448
7	Successioni e serie	451
	Un problema economico di lungo periodo	451
	Il processo di formalizzazione	451
	L'impostazione del problema	451
7.1	Definizione di successione	452
7.2	Limiti di successioni numeriche	455
	Sottosuccessioni	460
7.3	Limiti di alcune successioni numeriche	461
7.4	Successioni di funzioni	464
7.5	Successioni di matrici	466
7.6	Serie numeriche	474
7.7	Criteri per la determinazione del carattere di una serie	481
7.8	Algebra delle serie	489
7.9	Serie di funzioni	490
7.10	Serie di matrici	506
	Il completamento del modello	509
	Termini, concetti chiave, formule importanti	510
8	Ottimizzazione statica	513
	Un problema di scelta	513
	Il processo di formalizzazione	513
	Il modello	513
8.1	Generalità sui problemi di massimo e minimo	514
8.2	Massimi e minimi assoluti e relativi	514
8.3	Punti di sella	528
8.4	Massimi e minimi di funzioni di una variabile	531
8.5	Convessità e concavità	533
8.6	Funzioni quasi-concave	548
8.7	Funzioni implicite	550
8.8	Ottimizzazione vincolata	556
8.9	Vincoli di uguaglianza	558
8.10	Segno di una forma quadratica vincolata con vincolo lineare	574
8.11	Sensibilità	581
8.12	Vincoli di disuguaglianza	584
8.13	Il Teorema dell'involuppo	596
8.14	Programmazione lineare	600
	Il metodo del simplesso	612

La teoria della dualità	617
Teoremi sulla dualità	619
Teorema di complementarità delle variabili decisionali	620
Un'interpretazione economica del duale	621
Analisi di sensitività (o postottimalità)	622
Il completamento del modello	624
Termini, concetti chiave, formule importanti	627
9 Integrali	629
Il problema della valutazione di un'impresa	629
Il processo di formalizzazione	629
L'impostazione del problema	629
9.1 L'integrale definito	630
9.2 Classi di funzioni integrabili	647
9.3 Proprietà degli integrali	649
9.4 La funzione integrale	652
9.5 Primitiva di una funzione	654
9.6 Il Teorema fondamentale del calcolo integrale e le sue applicazioni	656
9.7 Calcolo di aree	659
9.8 Il calcolo delle primitive di una funzione	660
Integrazione per scomposizione	661
Integrazione per parti	665
Integrazione per sostituzione	668
9.9 Integrali dipendenti da un parametro	669
9.10 Integrali impropri	672
9.11 Integrale di Stieltjes	678
9.12 Integrazione secondo Riemann di funzioni di più variabili	686
9.13 Teorema di riduzione per integrali multipli	692
Il completamento del modello	693
Termini, concetti chiave, formule importanti	694
10 Equazioni differenziali e alle differenze	697
Un problema economico di sfruttamento di risorse naturali	697
Il processo di formalizzazione	697
L'impostazione del problema	697
10.1 Equazioni differenziali ordinarie: definizione e generalità	698
Dipendenza da condizioni iniziali e parametri	711
10.2 Equazioni differenziali del primo ordine	713
Punti singolari per equazioni differenziali del primo ordine	738
10.3 Analisi qualitativa	742
Analisi qualitativa di equazioni differenziali del primo ordine	742
Isocline e traiettorie ortogonali	747
Analisi qualitativa di equazioni differenziali del secondo ordine	749

10.4	Esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy	753
10.5	Equazioni di ordine superiore al primo e sistemi lineari di equazioni	761
	Sistemi lineari a coefficienti costanti	770
10.6	Stabilità	782
	Stabilità dei sistemi lineari a coefficienti costanti	793
	Linearizzazione di sistemi autonomi	799
10.7	Equazioni alle differenze	801
	Equazioni alle differenze lineari del primo ordine	807
	Equazioni non lineari del primo ordine	811
	Analisi qualitativa di un'equazione del primo ordine e stabilità	813
	Linearizzazione	820
	Sistemi di equazioni lineari del primo ordine a coefficienti costanti	821
	Soluzione dei sistemi lineari omogenei	824
	Stabilità dei sistemi lineari omogenei	830
	Il completamento del modello	831
	Termini, concetti chiave, formule importanti	832
11	Matematica Finanziaria	835
	Il problema della valutazione finanziaria	835
	La formalizzazione	836
11.1	Regimi finanziari di capitalizzazione	836
	Regime a interesse semplice	840
	Regime a interesse composto	841
	Regime a interesse anticipato	842
	Rappresentazione differenziale dei fattori di montante	843
11.2	Relazioni notevoli tra regimi finanziari	844
11.3	Tassi equivalenti, convertibili e medi	846
	Leggi a tassi variabili	848
11.4	Regimi di attualizzazione	850
11.5	Proprietà di alcuni regimi finanziari	852
	Traslabilità	854
	Scindibilità	856
11.6	Rendite	858
	Costituzione di un capitale	862
11.7	Ammortamenti	864
	Ammortamento italiano	866
	Ammortamento francese	866
	Ammortamento americano	868
11.8	Principi di valutazione finanziaria	870
	Usufrutto e nuda proprietà	871
	Criteri di valutazione di investimenti	874
11.9	Cenni di Matematica Attuariale	877
	Termini, concetti chiave, formule importanti	879