

LUCIANO PANDOLFI

ANALISI MATEMATICA 1



BOLLATI BORINGHIERI

1	Insiemi e funzioni	3
1.1	Il concetto di insieme, 3	
1.2	Relazioni e funzioni, 5	
1.2.1	Terminologia relativa al concetto di funzione, 8	
1.3	Funzioni che operano tra numeri, 15	
1.3.1	Funzioni ed operazioni algebriche, 15	
1.3.2	Funzioni ed ordine, 19	
1.4	Funzioni inverse, 21	
1.4.1	Primi esempi di funzioni inverse, 22	
1.4.2	Funzioni inverse ottenute a partire da funzioni trigonometriche, 23	
1.5	Appendici, 25	
1.5.1	Operazioni sugli insiemi, 25	
1.5.2	Partizioni e relazioni di equivalenza, 26	
1.5.3	Relazioni di ordine, 29	
1.6	Applicazioni, 29	
1.6.1	Riflessione da uno specchio sferico, 30	
1.6.2	Onde progressive e recessive, 31	
1.6.3	Interferenza e battimenti, 33	
1.6.4	Primi problemi di massimo, 34	
1.6.5	Distanza di un punto da un insieme e problema della migliore stima, 35	
2	Numeri razionali, reali e complessi	38
2.1	Richiami, 38	
2.1.1	Intervalli, 41	
2.2	Estremi e proprietà di completezza, 44	
2.2.1	Le potenze ad esponente razionale, 47	
2.2.2	Le potenze ad esponente reale e i logaritmi, 49	
2.2.3	Funzione potenza; funzione esponenziale e logaritmo, 51	
2.3	Insiemi aperti e chiusi, 53	
2.4	Numeri complessi, 55	
2.4.1	Vettori e numeri complessi, 55	
2.4.2	Le proprietà dei numeri complessi, 57	
2.5	Appendici, 60	
2.5.1	Il principio di induzione e le sue applicazioni, 60	
2.5.2	La misura degli insiemi finiti e la formula del binomio di Newton, 63	

2.6 Applicazioni, 66	
2.6.1 La lunghezza di una spirale, 66	2.6.2 L'area del segmento parabolico, 68
2.6.3 Il caso dell'iperbole ed il metodo dei trapezi, 71	2.6.4 Considerazioni sulle successioni, 73
3 Limiti e continuità	74
3.1 Infinitesimi ed infiniti, 75	
3.1.1 Il calcolo con gli infiniti e gli infinitesimi, 81	
3.2 Limiti e continuità, 88	
3.2.1 La funzione $(\sin x)/x$, 94	3.2.2 Limiti e continuità di funzioni composte, 98
3.3 Limiti direzionali e classificazione delle discontinuità, 101	
3.4 Confronto di funzioni, 103	
3.4.1 Asintoti, 108	3.4.2 Tangenti, estremi e convessità nel punto, 109
3.5 Limiti di funzioni monotone, 113	
3.6 Limiti, logaritmi ed esponenziali, 116	
3.6.1 Il numero e , 121	
3.7 Applicazioni, 124	
3.7.1 Considerazioni sul significato fisico del limite, 124	3.7.2 Calcolo di tangenti, 127
3.7.3 Costruzione approssimata di grafici, 131	3.7.4 Isocline e campi di vettori, 134
4 Le successioni e le funzioni continue	138
4.1 Terminologia relativa alle successioni, 138	
4.1.1 Prime proprietà delle successioni, 140	
4.2 Insiemi e successioni, 142	
4.3 Successioni fondamentali, 145	
4.4 Successioni e continuità, 147	
4.4.1 Funzioni continue su insiemi compatti, 148	4.4.2 Funzioni continue su intervalli, 152
4.4.3 Iniettività e monotonia, 154	
4.5 Appendici, 156	
4.5.1 Insiemi numerabili e non numerabili, 156	4.5.2 Cenno ad una costruzione dei numeri reali, 159
4.6 Applicazioni, 162	
4.6.1 Evoluzione di una riserva d'acqua, 162	4.6.2 Successioni definite per ricorrenza, 163
4.6.3 Dinamica di popolazioni, 168	
5 Derivate e primitive	170
5.1 Rapporto incrementale e derivata, 170	
5.1.1 Funzioni derivate e funzioni primitive, 176	5.1.2 La derivata e le operazioni, 178
5.1.3 La derivata della funzione inversa, 180	
5.2 Funzioni derivabili su intervalli, 182	
5.3 La formula di de l'Hôpital, 187	
5.4 Il calcolo delle primitive, 193	
5.4.1 Regola di integrazione per parti, 199	5.4.2 Regola di integrazione per sostituzione, 201
5.4.3 Integrazione di funzioni razionali, 205	5.4.4 Primitive generalizzate, 208
5.5 Appendice: la decomposizione in fratti semplici, 211	

5.6 Applicazioni, 213	
5.6.1 Alcuni problemi di minimo, 213	5.6.2 Sottotangenti e sottonormali, 219
5.6.3 Campi di vettori: il problema inverso, 221	
6 La formula di Taylor	224
6.1 La formula di Taylor, 224	
6.1.1 Monotonia nel punto ed estremi, 226	6.1.2 Convessità nel punto e flessi, 227
6.2 La formula di Taylor col resto in forma di Lagrange, 231	
6.3 Appendice: la curvatura, 234	
6.4 Applicazioni, 237	
6.4.1 Applicazioni della formula di Taylor, 237	6.4.2 Applicazioni meccaniche della curvatura, 239
6.4.3 Travi inflesse e curvatura, 239	
7 Le funzioni convesse su un intervallo	244
7.1 Prime proprietà, 246	
7.2 Convessità su un intervallo e derivabilità, 249	
7.3 Il rapporto incrementale delle funzioni convesse, 254	
7.4 Applicazioni, 256	
7.4.1 Il metodo delle tangenti, 257	7.4.2 Il metodo delle corde, 258
8 Le equazioni differenziali ordinarie	261
8.1 Premesse e definizioni, 261	
8.2 Il problema di Cauchy, 264	
8.3 Esempi di studio qualitativo, 268	
8.3.1 Il metodo delle isocline, 273	
8.4 Tre classi di equazioni che si sanno risolvere, 276	
8.4.1 Equazioni a variabili separabili, 276	8.4.2 Equazioni omogenee, 279
8.4.3 Equazioni lineari, 282	
8.5 Appendice: funzioni a valori complessi, 294	
8.6 Applicazioni, 296	
8.6.1 Oscillazioni e smorzamento, 296	8.6.2 Il profilo dei piloni di un viadotto, 299
9 Integrali definiti ed integrali impropri	303
9.1 Integrale di Riemann, 303	
9.1.1 Una condizione necessaria e sufficiente di integrabilità, 307	9.1.2 Famiglie di funzioni integrabili, 310
9.2 Proprietà delle funzioni integrabili, 313	
9.2.1 Additività dell'integrale, 319	
9.3 L'integrale orientato, 322	
9.4 La funzione integrale, 323	
9.4.1 La formula di integrazione per parti e per sostituzione per gli integrali definiti, 327	
9.5 Integrali impropri, 328	
9.5.1 Il caso delle funzioni su intervalli illimitati, 328	9.5.2 L'integrale improprio su un intervallo limitato, 333
9.5.3 Il caso generale, 335	

9.6 Appendice, 335

9.6.1 Integrale di $[\sin x]/x$ ed integrali di Fresnel, 336 9.6.2 Disuguaglianza di Schwarz, 339 9.6.3 Formule di Wallis e di Stirling, 340 9.6.4 Integrali dipendenti da un parametro, 346 9.6.5 La funzione $\Gamma(x)$, 348

9.7 Applicazioni, 349

9.7.1 La lunghezza di un grafico, 350 9.7.2 La catenaria, 352 9.7.3 Il baricentro di un'arco, 354 9.7.4 Trave pesante, appoggiata agli estremi, 357 9.7.5 Il campo elettrico di un sistema di cariche, 358