

Vincenzo Manca

Logica matematica

Strutture Rappresentazioni Deduzioni

con un saggio di Gregory Chaitin

Bollati Boringhieri

Indice

7 Prefazione

Logica matematica

13 Introduzione

17 1. Fondamenti matematici

1.1. Operazioni, numeri e classi, 18 1.2. Proprietà e relazioni, 22 1.3. Ordinamenti, 23 1.4. Insiami, 24 1.5. Funzioni, 27 1.6. Sequenze, 29 1.7. Variabili e λ -notazione, 31 1.8. Strutture matematiche, 33 1.9. Induzione strutturale, 36 1.10. Numeri ordinali e cardinali*, 40 1.11. Principi di massimalità*, 48 1.12. La costruzione del linguaggio matematico, 50

34 2. Logica predicativa

2.1. Sintassi predicativa, 54 2.2. Semantica predicativa, 59 2.3. Logica proposizionale, 70 2.4. Tableau analitici, 77 2.5. Completezza e compattezza, 87 2.6. Forme di Skolem ed espansione di Herbrand, 92 2.7. Teoremi di Löwenheim-Skolem*, 95

98 3. Calcoli logici

3.1. Deduzione naturale, 100 3.2. Deducibilità secondo Herbrand-Skolem, 107 3.3. Metodo di risoluzione, 107 3.4. Calcolo dei sequenti*, 109 3.5. Calcoli logici equazionali*, 112 3.6. Tipologia dei calcoli logici*, 114

118 4. Rappresentabilità logica

4.1. Modelli e teorie, 119 4.2. Linguaggi formali, 129 4.3. Grammatiche e automi, 134 4.4. Teorie monoidali*, 137 4.5. Rappresentazione logica delle macchine di Turing*, 143 4.6. Semidecidibilità e decidibilità, 146

148 5. Indecidibilità e incompletezza

5.1. Dall'ideografia di Prege ai teoremi di Gödel, 151 5.2. Relazioni strutturali tra modelli e teorie*, 152

159 6. Esercizi finali

167	Appendice. Un secolo di dispute sui fondamenti della matematica (<i>Gregory Chaitin</i>) 1. Introduzione, 167 2. La crisi della teoria degli insiemi, 168 3. I paradossi di Bertrand Russell, 170 4. La soluzione assiomatico-formale di David Hilbert, 171 5. Che cos'è la metamatematica, 173 6. Kurt Gödel scopre l'incompletezza, 174 7. Alan Turing scopre l'indcidibilità, 175 8. Gregory Chaitin scopre la casualità nella matematica pura, 178 9. Dove siamo diretti?, 185
189	Elenco dei teoremi fondamentali
191	Alfabeto greco
193	Elenco dei simboli
195	<i>Bibliografia</i>
199	<i>Indice analitico</i>