

MICHAEL ARTIN

ALGEBRA



BOLLATI BORINGHIERI

Indice

<i>Prefazione</i>	IX
<i>Nota per il docente</i>	XI
<i>Ringraziamenti</i>	XV
1 Operazioni tra matrici	I
1 Le operazioni fondamentali, 1	
2 Riduzione per righe, 10	
3 Determinanti, 21	
4 Matrici di permutazione, 29	
5 La regola di Cramer, 33	
Esercizi, 36	
2 Gruppi	45
1 Definizione di gruppo, 45	
2 Sottogruppi, 52	
3 Isomorfismi, 57	
4 Omomorfismi, 60	
5 Relazioni di equivalenza e partizioni, 62	
6 Classi laterali, 67	
7 Restruzione di un omomorfismo a un sottogruppo, 70	
8 Prodotti di gruppi, 72	
9 Aritmetica modulare, 75	
10 Gruppi quoziente, 78	
Esercizi, 82	
3 Spazi vettoriali	94
1 Spazi vettoriali reali, 94	
2 Campi astratti, 98	
3 Basi e dimensione, 104	
4 Calcoli con le basi, 113	
5 Spazi di dimensione infinita, 119	
6 Somme dirette, 122	
Esercizi, 124	

4 Applicazioni lineari	131
1 La formula della dimensione, 131	
2 La matrice di un'applicazione lineare, 134	
3 Operazioni lineari e autovettori, 138	
4 Il polinomio caratteristico, 143	
5 Matrici ortogonali e rotazioni, 148	
6 Diagonalizzazione, 155	
7 Sistemi di equazioni differenziali, 159	
8 L'esponenziale di una matrice, 165	
Esercizi, 172	
5 Simmetria	185
1 Simmetria delle figure piane, 185	
2 Il gruppo dei movimenti del piano, 187	
3 Gruppi finiti di movimenti, 193	
4 Gruppi discreti di movimenti, 198	
5 Simmetria astratta: azioni di un gruppo, 208	
6 L'azione sulle classi laterali, 212	
7 La formula delle classi, 214	
8 Rappresentazioni mediante permutazioni, 216	
9 Sottogruppi finiti del gruppo delle rotazioni, 218	
Esercizi, 223	
6 Ulteriori proprietà dei gruppi	234
1 Le azioni di un gruppo su se stesso, 234	
2 L'equazione delle classi del gruppo icosaedrale, 238	
3 Azioni sui sottoinsiemi, 241	
4 I teoremi di Sylow, 243	
5 I gruppi di ordine 12, 248	
6 Calcoli nel gruppo simmetrico, 250	
7 Il gruppo libero, 258	
8 Generatori e relazioni, 261	
9 L'algoritmo di Todd-Coxeter, 265	
Esercizi, 272	
7 Forme bilineari	282
1 Definizione di forma bilineare, 282	
2 Forme simmetriche: ortogonalità, 288	
3 La geometria associata a una forma positiva, 294	
4 Forme hermitiane, 296	
5 Il teorema spettrale, 300	
6 Coniche e quadriche, 303	
7 Il teorema spettrale per operatori normali, 307	
8 Forme antisimmetriche, 309	
9 Sommario dei risultati, in notazione matriciale, 310	
Esercizi, 312	

8 Gruppi lineari	321
1 I gruppi lineari classici, 321	
2 Il gruppo unitario speciale SU_2 , 323	
3 La rappresentazione ortogonale di SU_2 , 328	
4 Il gruppo lineare speciale $SL_2(\mathbb{R})$, 334	
5 Sottogruppi a un parametro, 336	
6 L'algebra di Lie, 340	
7 Traslazione in un gruppo, 347	
8 Gruppi semplici, 351	
Esercizi, 356	
9 Rappresentazioni di gruppi	365
1 Definizione di rappresentazione di un gruppo, 365	
2 Forme G -invarianti e rappresentazioni unitarie, 368	
3 Gruppi compatti, 371	
4 Sottospazi G -invarianti e rappresentazioni irriducibili, 373	
5 Caratteri, 376	
6 Le rappresentazioni mediante permutazioni e la rappresentazione regolare, 382	
7 Le rappresentazioni del gruppo icosaedrale, 384	
8 Rappresentazioni di dimensione uno, 386	
9 Lemma di Schur, e dimostrazione delle relazioni di ortogonalità, 387	
10 Rappresentazioni del gruppo SU_3 , 392	
Esercizi, 398	
10 Anelli	410
1 Definizione di anello, 410	
2 Costruzione formale degli interi e dei polinomi, 413	
3 Omonorfismi e ideali, 419	
4 Anelli quoziante e relazioni in un anello, 426	
5 Aggiunzione di elementi, 431	
6 Domini di integrità e campi di frazioni, 437	
7 Ideali massimali, 439	
8 Geometria algebrica, 442	
Esercizi, 449	
11 Fattorizzazione	461
1 Fattorizzazione di interi e polinomi, 461	
2 Domini a fattorizzazione unica, domini a ideali principali, domini euclidei, 464	
3 Il lemma di Gauss, 472	
4 Fattorizzazione esplicita dei polinomi, 476	
5 Primi nell'anello degli interi di Gauss, 480	
6 Interi algebrici, 484	
7 Fattorizzazione nei campi quadratici immaginari, 490	
8 Fattorizzazione degli ideali, 495	
9 La relazione tra gli ideali primi di R e i numeri primi, 502	
10 Classi di ideali nei campi quadratici immaginari, 503	
11 Classi quadratici reali, 512	
12 Alcune equazioni diofantee, 516	
Esercizi, 520	

12 Moduli	532
1 Definizione di modulo, 532	
2 Matrici, moduli liberi, basi, 534	
3 Il principio di permanenza delle identità, 538	
4 Diagonalizzazione delle matrici intere, 540	
5 Generatori e relazioni per i moduli, 547	
6 Il teorema di struttura per i gruppi cebeliani, 556	
7 Applicazione agli operatori lineari, 561	
8 Moduli liberi su anelli di polinomi, 568	
Esercizi, 569	
13 Campi	580
1 Esempi di campi, 580	
2 Elementi algebrici e trascendenti, 581	
3 Grado di un'estensione di campi, 585	
4 Costruzioni con riga e compasso, 589	
5 Aggiunzione simbolica di radici, 596	
6 Campi finiti, 599	
7 Campi di funzioni, 606	
8 Estensioni trascendenti, 617	
9 Campi algebricamente chiusi, 619	
Esercizi, 623	
14 Teoria di Galois	630
1 Il teorema fondamentale della teoria di Galois, 630	
2 Equazioni di terzo grado, 636	
3 Funzioni simmetriche, 641	
4 Elementi primitivi, 647	
5 Dimostrazione del teorema fondamentale, 651	
6 Equazioni di quarto grado, 655	
7 Estensioni di Kummer, 662	
8 Estensioni ciclotomiche, 664	
9 Equazioni di quinto grado, 668	
Esercizi, 673	
Appendice Nozioni di base	686
1 Teoria degli insiemi, 686	
2 Tecniche di dimostrazione, 691	
3 Topologia, 696	
4 Il teorema delle funzioni implicite, 700	
Esercizi, 702	
<i>Notazioni</i>	705
<i>Bibliografia</i>	707
<i>Indice analitico</i>	709