

MICHAEL ARTIN

ALGEBRA



BOLLATI BORINGHIERI

Indice

<i>Prefazione</i>	IX
-------------------	----

<i>Nota per il docente</i>	XI
----------------------------	----

<i>Ringraziamenti</i>	XV
-----------------------	----

1 Operazioni tra matrici	I
---------------------------------	----------

- 1 Le operazioni fondamentali, 1
- 2 Riduzione per righe, 10
- 3 Determinanti, 21
- 4 Matrici di permutazione, 29
- 5 La regola di Cramer, 33
Esercizi, 36

2 Gruppi	45
-----------------	-----------

- 1 Definizione di gruppo, 45
- 2 Sottogruppi, 52
- 3 Isomorfismi, 57
- 4 Omomorfismi, 60
- 5 Relazioni di equivalenza e partizioni, 62
- 6 Classi laterali, 67
- 7 Restrizione di un omomorfismo a un sottogruppo, 70
- 8 Prodotti di gruppi, 72
- 9 Aritmetica modulare, 75
- 10 Gruppi quoziente, 78
Esercizi, 82

3 Spazi vettoriali	94
---------------------------	-----------

- 1 Spazi vettoriali reali, 94
- 2 Campi astratti, 98
- 3 Basi e dimensione, 104
- 4 Calcoli con le basi, 113
- 5 Spazi di dimensione infinita, 119
- 6 Somme dirette, 122
Esercizi, 124

4	Applicazioni lineari	131
1	La formula della dimensione, 131	
2	La matrice di un'applicazione lineare, 134	
3	Operazioni lineari e autovettori, 138	
4	Il polinomio caratteristico, 143	
5	Matrici ortogonali e rotazioni, 148	
6	Diagonalizzazione, 155	
7	Sistemi di equazioni differenziali, 159	
8	L'esponenziale di una matrice, 165	
	Esercizi, 172	
5	Simmetria	185
1	Simmetria delle figure piane, 185	
2	Il gruppo dei movimenti del piano, 187	
3	Gruppi finiti di movimenti, 193	
4	Gruppi discreti di movimenti, 198	
5	Simmetria astratta: azioni di un gruppo, 208	
6	L'azione sulle classi laterali, 212	
7	La formula delle classi, 214	
8	Rappresentazioni mediante permutazioni, 216	
9	Sottogruppi finiti del gruppo delle rotazioni, 218	
	Esercizi, 223	
6	Ulteriori proprietà dei gruppi	234
1	Le azioni di un gruppo su se stesso, 234	
2	L'equazione delle classi del gruppo icosaedrale, 238	
3	Azioni sui sottoinsiemi, 241	
4	I teoremi di Sylow, 243	
5	I gruppi di ordine 12, 248	
6	Calcoli nel gruppo simmetrico, 250	
7	Il gruppo libero, 258	
8	Generatori e relazioni, 261	
9	L'algoritmo di Todd-Coxeter, 265	
	Esercizi, 272	
7	Forme bilineari	282
1	Definizione di forma bilineare, 282	
2	Forme simmetriche: ortogonalità, 288	
3	La geometria associata a una forma positiva, 294	
4	Forme hermitiane, 296	
5	Il teorema spettrale, 300	
6	Coniche e quadriche, 303	
7	Il teorema spettrale per operatori normali, 307	
8	Forme antisimmetriche, 309	
9	Sommario dei risultati, in notazione matriciale, 310	
	Esercizi, 312	

8 Gruppi lineari	321
1 I gruppi lineari classici, 321	
2 Il gruppo unitario speciale SU_2 , 323	
3 La rappresentazione ortogonale di SU_2 , 328	
4 Il gruppo lineare speciale $SL_2(\mathbb{R})$, 334	
5 Sottogruppi a un parametro, 336	
6 L'algebra di Lie, 340	
7 Traslazione in un gruppo, 347	
8 Gruppi semplici, 351	
Esercizi, 356	
9 Rappresentazioni di gruppi	365
1 Definizione di rappresentazione di un gruppo, 365	
2 Forme G -invarianti e rappresentazioni unitarie, 368	
3 Gruppi compatti, 371	
4 Sottospazi G -invarianti e rappresentazioni irriducibili, 373	
5 Caratteri, 376	
6 Le rappresentazioni mediante permutazioni e la rappresentazione regolare, 382	
7 Le rappresentazioni del gruppo icosaedrale, 384	
8 Rappresentazioni di dimensione uno, 386	
9 Lemma di Schur, e dimostrazione delle relazioni di ortogonalità, 387	
10 Rappresentazioni del gruppo SU_2 , 392	
Esercizi, 398	
10 Anelli	410
1 Definizione di anello, 410	
2 Costruzione formale degli interi e dei polinomi, 413	
3 Omomorfismi e ideali, 419	
4 Anelli quoziente e relazioni in un anello, 426	
5 Aggiunzione di elementi, 431	
6 Domini di integrità e campi di frazioni, 437	
7 Ideali massimali, 439	
8 Geometria algebrica, 442	
Esercizi, 449	
11 Fattorizzazione	461
1 Fattorizzazione di interi e polinomi, 461	
2 Domini a fattorizzazione unica, domini a ideali principali, domini euclidei, 464	
3 Il lemma di Gauss, 472	
4 Fattorizzazione esplicita dei polinomi, 476	
5 Primi nell'anello degli interi di Gauss, 480	
6 Interi algebrici, 484	
7 Fattorizzazione nei campi quadratici immaginari, 490	
8 Fattorizzazione degli ideali, 495	
9 La relazione tra gli ideali primi di R e i numeri primi, 502	
10 Classi di ideali nei campi quadratici immaginari, 503	
11 Classi quadratiche reali, 512	
12 Alcune equazioni diofantee, 516	
Esercizi, 520	

12	Moduli	532
1	Definizione di modulo, 532	
2	Matrici, moduli liberi, basi, 534	
3	Il principio di permanenza delle identità, 538	
4	Diagonalizzazione delle matrici intere, 540	
5	Generatori e relazioni per i moduli, 547	
6	Il teorema di struttura per i gruppi abeliani, 556	
7	Applicazione agli operatori lineari, 561	
8	Moduli liberi su anelli di polinomi, 568	
	Esercizi, 569	
13	Campi	580
1	Esempi di campi, 580	
2	Elementi algebrici e trascendenti, 581	
3	Grado di un'estensione di campi, 585	
4	Costruzioni con riga e compasso, 589	
5	Aggiunzione simbolica di radici, 596	
6	Campi finiti, 599	
7	Campi di funzioni, 606	
8	Estensioni trascendenti, 617	
9	Campi algebricamente chiusi, 619	
	Esercizi, 623	
14	Teoria di Galois	630
1	Il teorema fondamentale della teoria di Galois, 630	
2	Equazioni di terzo grado, 636	
3	Funzioni simmetriche, 641	
4	Elementi primitivi, 647	
5	Dimostrazione del teorema fondamentale, 651	
6	Equazioni di quarto grado, 655	
7	Estensioni di Kummer, 662	
8	Estensioni ciclotomiche, 664	
9	Equazioni di quinto grado, 668	
	Esercizi, 673	
	Appendice Nozioni di base	686
1	Teoria degli insiemi, 686	
2	Tecniche di dimostrazione, 691	
3	Topologia, 696	
4	Il teorema delle funzioni implicite, 700	
	Esercizi, 702	
	<i>Notazioni</i>	705
	<i>Bibliografia</i>	707
	<i>Indice analitico</i>	709