

FRANCESCO GHERARDELLI LUIGI ANTONIO ROSATI
GIUSEPPE TOMASSINI

LEZIONI DI GEOMETRIA

VOLUME PRIMO

Seconda edizione



PADOVA
CEDAM - CASA EDITRICE DOTT. ANTONIO MILANI
1985

INDICE

PARTE PRIMA

CAPITOLO 1. ELEMENTI DI TEORIA DEGLI INSIEMI

1.1. - Generalità	Pag.	7
1.2. - Applicazioni tra insiemi	*	8
1.3. - Relazioni e relazioni di equivalenza. Lemma di ZORN	*	9

CAPITOLO 2. IL METODO DELLE COORDINATE PER LA RETTA E PER IL PIANO

2.1. - Ascisse sulla retta	*	13
2.2. - Coordinate cartesiane. Vettori e traslazioni. Cambiamenti di sistema di riferimento	*	17
2.3. - Equazione cartesiana della retta	*	24
2.4. - Affinità	*	28
2.5. - Relazioni metriche	*	33
2.6. - Il gruppo delle isometrie e i cambiamenti di riferimento ortogonali	*	41
2.7. - Complementi ed esercizi	*	46

CAPITOLO 3. LO SPAZIO AFFINE

3.1. - Coordinate cartesiane nello spazio	*	77
3.2. - Vettori	*	77

3.3. - Equazioni della retta e del piano	Pag. 79
3.4. - Complementi sui vettori	* 87
3.5. - Relazioni metriche nello spazio	* 95
3.6. - Aree e volumi	* 99
3.7. - Trasformazioni ortogonali	* 102
3.8. - Complementi e esercizi	* 104
3.9. - Superficie particolari: sfere, rigate, coni, cilindri. Superficie di rotazione	* 112

PARTE SECONDA

CAPITOLO 1. GENERALITÀ

1.1. - Definizione di spazio vettoriale. Omomorfismi fra spazi vettoriali	* 121
1.2. - Sottospazi e sottovarietà affini	* 123
1.3. - Basi di uno spazio vettoriale	* 124
1.4. - Somma, prodotto e quoziente fra spazi vettoriali	* 128

CAPITOLO 2. SPAZI VETTORIALI DI DIMENSIONE FINITA

2.1. - Immagine, nucleo, conucleo di omomorfismi. Relazione di GRASSMANN	* 134
2.2. - Duale e biduali di uno spazio vettoriale	* 137
2.3. - Lo spazio $\mathbb{R}^n$	* 139
2.4. - I sistemi lineari. La teoria del determinante	* 145
2.5. - I sistemi lineari. Il teorema di ROUCHÉ e CAPELLI	* 155
2.6. - Complementi ed esercizi	* 158

— VII —
PARTE TERZA

CAPITOLO 1. SPAZI AFFINI, AFFINITÀ, SOTTOVARIETÀ AFFINI

1.1. - Spazi affini. Traslazioni	Pag. 171
1.2. - Affinità. Il gruppo lineare affine	* 173
1.3. - Riferimenti. Sottovarietà affini	* 175

CAPITOLO 2. GLI SPAZI PROIETTIVI

2.1. - Spazi e sottospazi proiettivi. Morfismi proiettivi. Dualità	* 179
2.2. - Completamento proiettivo	* 185
2.3. - Coordinate omogenee e riferimenti proiettivi. Proiettività	* 188
2.4. - La retta proiettiva. Il birapporto	* 193
2.5. - La retta nel piano	* 196
2.6. - I teoremi di DESARGUES e di PAPPUS	* 199
2.7. - Spazi proiettivi sopra un corpo. Definizione assiomatica di spazio proiettivo	* 202
2.8. - Esercizi	* 206

PARTE QUARTA

CAPITOLO 1. LE CONICHE

1.1. - Definizioni e proprietà elementari	* 213
1.2. - Intersezioni di una retta con una conica. Tangenti	* 218
1.3. - Complementi ed esercizi	* 222
1.4. - Polarità. Assi e riduzione a forma canonica	* 228

— VIII —

CAPITOLO 2. LE QUADRICHE

2.1. - Definizioni e proprietà elementari	Pag. 238
2.2. - Piano e cono tangente. Punti ellittici, iperbolici e parabolici. Fasci di quadriche	* 240
2.3. - Polarità. Piani di simmetria ortogonale. Riduzione a forma canonica	* 251

CAPITOLO 3. CURVE PIANE E LORO SINGOLARITÀ

3.1. - Cammini differenziabili e archi di curve piane.	* 263
3.2. - Punti singolari di funzioni differenziabili e di curve piane	* 268
3.3. - Stabilità delle singolarità	* 272

PARTE QUINTA

CAPITOLO 1. AUTOVETTORI E AUTOVALORI, DIAGONALIZZAZIONE, TRIANGOLAZIONE

1.1. - Autovettori e autovalori	* 303
1.2. - Il polinomio caratteristico	* 306
1.3. - Diagonalizzazione di endomorfismi	* 308
1.4. - Riduzione di endomorfismi a forma triangolare	* 313

CAPITOLO 2. FORME DI SECONDO GRADO

2.1. - Forme bilineari, forme hermitiane	* 314
2.2. - Applicazioni bilineari, hermitiane e matrici	* 318
2.3. - Somme ortogonali, basi ortogonali	* 320
2.4. - Forme bilineari simmetriche, Forme hermitiane. Basi ortogonali . .	* 321

2.5. - Teorema di SYLVESTER. Spazi euclidei	Pag. 324
2.6. - Forme quadratiche	* 328
2.7. - Aggiunto di un endomorfismo	* 329
2.8. - Spazi vettoriali unitari. Autovettori di endomorfismi normali . .	* 331
2.9. - Il teorema spettrale complesso	* 333
2.10. - Il teorema spettrale	* 335
<i>Indice analitico</i>	* 339