

Vladimir Ivanovič Smirnov

Corso di  
matematica superiore

Volume quarto

*(parte seconda)*

Edizioni Mir Editori Riuniti

# Indice

- p. 8 Prefazione del redattore
- 9 I. Teoria generale delle equazioni alle derivate parziali
- § 1. Equazioni del primo ordine
1. Equazioni lineari in due variabili indipendenti (p. 9). 2. Problema di Cauchy e caratteristiche (p. 12). 3. Caso di un numero qualsiasi di variabili (p. 16). 4. Esempi (p. 21). 5. Teorema ausiliare (p. 22). 6. Equazioni non lineari del primo ordine (p. 26). 7. Bande caratteristiche (p. 29). 8. Metodo di Cauchy (p. 3). 9. Problema di Cauchy (p. 33). 10. Unicità della soluzione (p. 35). 11. Caso singolare (p. 38). 12. Numero qualunque di variabili indipendenti (p. 39). 13. Integrale totale, generale e singolare (p. 42). 14. Integrale totale e problema di Cauchy (p. 44). 15. Esempi (p. 46). 16. Caso di un numero qualsiasi di variabili (p. 49). 17. Teorema di Jacobi (p. 52). 18. Sistemi di due equazioni del primo ordine (p. 53). 19. Metodo di Lagrange-Sbarpi (p. 55). 20. Sistemi di equazioni lineari (p. 57). 21. Sistemi completi e sistemi di Jacobi (p. 6). 22. Integrazione dei sistemi completi (p. 61). 23. Parentesi di Poisson (p. 62). 24. Metodo di Jacobi (p. 65). 25. Sistemi canonici (p. 66). 26. Esempi (p. 68). 27. Metodo delle serie maggiorate (p. 69). 28. Teorema della Kovalevskaja (p. 72). 29. Equazioni di ordine superiore (p. 77).
- § 2. Equazioni di ordine superiore
30. Tipi di equazioni del secondo ordine (p. 79). 31. Equazioni a coefficienti costanti (p. 81). 32. Forme normali in due variabili indipendenti (p. 83). 33. Problema di Cauchy (p. 86). 34. Bande caratteristiche (p. 89). 35. Derivate di ordine superiore (p. 91). 36. Caratteristiche reali e immaginarie (p. 94). 37. Teoremi fondamentali (p. 95). 38. Integrali intermedi (p. 96). 39. Equazioni di Monge-Ampère (p. 98). 40. Caratteristiche per numero qualsiasi di variabili indipendenti (p. 99). 41. Bicaratteristiche (p. 101). 42. Legame con il problema variazionale (p. 106). 43. Estensione della superficie di discontinuità (p. 108). 44. Discontinuità forti (p. 110). 45. Metodo di Riemann (p. 114). 46. Dati iniziali caratteristici (p. 118). 47. Teoremi d'esistenza (p. 120). 48. Formula di integrazione per parti e formula di Green (p. 124). 49. Metodo di Volterra (p. 126). 50. Formula di Sobolev (p. 130). 51. Formula di Sobolev (continuazione) (p. 133). 52. Costruzione della funzione  $\sigma$  (p. 136). 53. Caso generale dei dati iniziali (p. 140). 54. Equazione d'onda generalizzata (p. 142). 55. Caso di un numero qualsiasi di variabili indipendenti (p. 144). 56. Disuguaglianza energetica (p. 147). 57. Teoremi d'unicità e di dipendenza continua di soluzioni (p. 153). 58. Caso dell'equazione d'onda (p. 155). 59. Teorema d'inclusione nello spazio di funzioni continue e corollari

(p. 158). 60. Soluzioni generalizzate delle equazioni del secondo ordine (p. 163). 61. Sull'esistenza e l'unicità delle soluzioni generalizzate del problema di Cauchy per l'equazione d'onda (p. 168). 62. Equazioni di tipo ellittico (p. 171).

### § 3. Sistemi di equazioni

63. Caratteristiche dei sistemi di equazioni (p. 175). 64. Condizioni cinematiche di compatibilità (p. 179). 65. Condizioni dinamiche di compatibilità (p. 182). 66. Equazioni idrodinamiche (p. 183). 67. Equazioni della teoria dell'elasticità (p. 186). 68. Corpo elastico anisotropo (p. 188). 69. Onde elettromagnetiche (p. 190). 70. Discontinuità forti nella teoria dell'elasticità (p. 194). 71. Caratteristiche e grandi frequenze (p. 198). 72. Caso di due variabili indipendenti (p. 200). 73. Esempi (p. 202).

## II. Problemi limite

### § 1. Problemi limite nel caso di un'equazione differenziale ordinaria

74. Funzione di Green in un'equazione lineare del secondo ordine (p. 205). 75. Riduzione a un'equazione integrale (p. 208). 76. Simmetria della funzione di Green (p. 211). 77. Autovalori e autofunzioni di un problema limite (p. 212). 78. Segno degli autovalori (p. 214). 79. Esempi (p. 216). 80. Funzione di Green generalizzata (p. 218). 81. Polinomi di Legendre (p. 223). 82. Funzioni di Hermite e di Laguerre (p. 227). 83. Equazioni del quarto ordine (p. 228). 84. Teoremi sullo sviluppo di Steklov (p. 230). 85. Giustificazione del metodo di Fourier per l'equazione della conduzione termica (p. 235). 86. Giustificazione del metodo di Fourier per l'equazione delle vibrazioni (p. 237). 87. Teoremi di unicità (p. 240). 88. Proprietà estremali di autovalori e di autofunzioni (p. 242). 89. Teorema di Courant (p. 246). 90. Espressione asintotica degli autovalori (p. 248). 91. Espressione asintotica per le autofunzioni (p. 252). 92. Metodo di Ritz (p. 254). 93. Esempio di Ritz (p. 256).

### § 2. Equazioni di tipo ellittico

94. Potenziale di Newton (p. 257). 95. Potenziale dello strato doppio (p. 261). 96. Proprietà del potenziale dello strato semplice (p. 268). 97. Derivata normale del potenziale dello strato semplice (p. 270). 98. Derivata normale del potenziale dello strato semplice (continuazione) (p. 272). 99. Valore diretto della derivata normale (p. 274). 100. Derivata del potenziale dello strato semplice rispetto a una direzione qualsiasi (p. 277). 101. Potenziale logaritmico (p. 284). 102. Formule integrali e superficie parallele (p. 284). 103. Successioni di funzioni armoniche (p. 288). 104. Impostazione dei problemi limite interni per l'equazione di Laplace (p. 291). 105. Problemi esterni nel caso piano (p. 293). 106. Trasformazione di Kelvin (p. 297). 107. Unicità di soluzione del problema di Neumann (p. 300). 108. Soluzione dei problemi limite nel caso tridimensionale (p. 303). 109. Analisi delle equazioni integrali (p. 305). 110. Risultati inerenti alla soluzione dei problemi limite (p. 310). 111. Problemi limite nel piano (p. 312). 112. Equazione integrale delle funzioni sferiche (p. 313). 113. Equilibrio termico di un corpo irradiante (p. 315). 114. Metodo di Schwarz (p. 316). 115. Dimostrazione del lemma (p. 318). 116. Metodo di Schwarz (continuazione) (p. 320). 117. Funzioni subarmoniche e superarmoniche (p. 324). 118. Teoremi ausiliari (p. 326). 119. Metodo delle funzioni inferiori e superiori (p. 328). 120. Studio dei valori al contorno (p. 334). 121. Equazione di Laplace in uno spazio a  $n$  dimensioni (p. 336). 122. Funzione di Green dell'operatore di Laplace

(p. 337). 123. Le proprietà della funzione di Green (p. 340). 124. Funzione di Green nel caso piano (p. 343). 125. Esempi (p. 346). 126. Funzione di Green ed equazione non omogenea (p. 348). 127. Autovalori e autofunzioni (p. 351). 128. Derivata normale delle autofunzioni (p. 356). 129. Proprietà estremali degli autovalori e delle autofunzioni (p. 357). 130. Equazione di Helmholtz e principio della radiazione (p. 359). 131. Teorema d'unicità (p. 364). 132. Principio dell'ampiezza limite e principio dell'assorbimento limite (p. 363). 133. Problemi limite per l'equazione di Helmholtz (p. 364). 134. Diffrazione di un'onda elettromagnetica (p. 371). 135. Vettore tensione magnetica (p. 372). 136. Unicità della soluzione del problema di Dirichlet per le equazioni ellittiche (p. 374). 137. L'equazione  $\Delta v - \lambda v = 0$  (p. 377). 138. Espressione asintotica degli autovalori (p. 382). 139. Dimostrazione di un teorema ausiliare (p. 387). 140. Equazioni lineari della forma più generale (p. 396). 141. Tensore di Green (p. 397). 142. Problema statico piano della teoria dell'elasticità (p. 399). 143. Sui risultati di Schauder (p. 411). 144. Soluzioni generalizzate della classe  $W_2^1(D)$  (p. 405). 146. La prima disuguaglianza fondamentale (energetica) (p. 410). 145. Lo spazio  $W_{2,0}^1(D)$  e la seconda disuguaglianza fondamentale (p. 413). 147. Alcuni dati su spazi di Hilbert e su operatori agenti in questi spazi (p. 421). 148. Sulla risolubilità del problema di Dirichlet nello spazio  $W_2^1(D)$  (p. 425). 149. Sulla risolubilità nel senso di Fredholm del problema di Dirichlet (p. 429). 150. Sullo spettro di un operatore simmetrico (p. 436).

### § 3. Equazioni di tipo parabolico e iperbolico

151. Dipendenza delle soluzioni dell'equazione della conduzione termica dalle condizioni iniziale e limite e dal termine noto (p. 442). 152. Potenziali per l'equazione della conduzione termica nel caso unidimensionale (p. 444). 153. Sorgenti di calore nel caso pluridimensionale (p. 447). 154. Funzione di Green dell'equazione della conduzione termica (p. 449). 155. Applicazione della trasformata di Laplace (p. 449). 156. Applicazione delle differenze finite (p. 454). 157. Metodo di Fourier per l'equazione della conduzione termica (p. 457). 158. Equazione non omogenea (p. 459). 159. Soluzioni dell'equazione della conduzione termica e loro proprietà (p. 462). 160. Potenziali generalizzati degli strati doppio e semplice nel caso unidimensionale (p. 465). 161. Funzioni sub- e superparaboliche (p. 470). 162. Equazioni paraboliche di forma generale. Disuguaglianza energetica (p. 474). 163. Metodo di Fourier per le equazioni paraboliche (p. 476). 164. La seconda disuguaglianza fondamentale e la risolubilità del primo problema iniziale ai limiti (p. 482). 165. Equazioni iperboliche di forma generale. Disuguaglianza energetica per il primo problema iniziale ai limiti (p. 486). 166. Metodo di Fourier per le equazioni di tipo iperbolico (p. 489). 167. Problema limite per una sfera (p. 494). 168. Vibrazioni della parte interna di una sfera (p. 498). 169. Studio della soluzione (p. 502). 170. Problema limite per l'equazione telegrafica (p. 505).