

Vladimir Ivanovič Smirnov

# Corso di matematica superiore

Volume terzo

*Parte prima*

Editori Riuniti

# Indice

## I. Determinanti e soluzione dei sistemi di equazioni

- 7     § 1. *Determinanti e loro proprietà*  
1. Concetto di determinante, p. 7.—2. Permutazioni, p. 11.—  
3. Proprietà fondamentali dei determinanti, p. 16.—4. Calcolo  
dei determinanti, p. 21.—5. Esempi, p. 22.—6. Teorema sul  
prodotto di determinanti, p. 28.—7. Tabelle rettangolari, p. 32.
- 35    § 2. *Soluzione dei sistemi di equazioni*  
8. Teorema di Cramer, p. 35.—9. Caso generale dei sistemi di  
equazioni, p. 37.—10. Sistemi omogenei, p. 41.—11. Forme  
lineari, p. 44.—12. Spazio vettoriale a  $n$  dimensioni, p. 46.—13.  
Prodotto scalare, p. 52.—14. Interpretazione geometrica dei  
sistemi omogenei, p. 53.—15. Caso di un sistema non omogeneo,  
p. 56.—16. Determinante di Gram. Disuguaglianza di Hadamard,  
p. 59.—17. Sistemi di equazioni differenziali lineari a  
coefficienti costanti, p. 63.—18. Determinanti funzionali,  
p. 67.—19. Funzioni implicite, p. 70.

## II. Trasformazioni lineari e forme quadratiche

- 75    § 3. *Trasformazioni lineari*  
20. Trasformazioni delle coordinate in uno spazio a tre dimensioni,  
p. 75.—21. Trasformazioni lineari generali di uno spazio tridimen-  
sionale reale, p. 79.—22. Vettori affini covarianti e controvarian-  
ti, p. 86.—23. Concetto di tensore, p. 89.—24. Esempi di ten-  
sori ortogonali affini, p. 91.—25. Caso di uno spazio complesso a  
 $n$  dimensioni, p. 94.—26. Elementi di calcolo matriciale,  
p. 98.—27. Autovalori delle matrici e riduzione delle matrici alla  
forma canonica, p. 102.—28. Trasformazioni unitarie e ortogonali,  
p. 108.—29. Disuguaglianza di Cauchy — Bunjakovskij, p. 113.—  
30. Proprietà del prodotto scalare e della norma, p. 114.—31.  
Ortogonalizzazione dei vettori, p. 116.
- 118   § 4. *Forme quadratiche*  
32. Trasformazione di una forma quadratica in una somma di qua-  
drati, p. 118.—33. Caso delle radici multiple dell'equazione  
caratteristica, p. 122.—34. Esempi, p. 126.—35. Classificazione  
delle forme quadratiche, p. 129.—36. Formula di Jacobi, p. 133.—  
37. Riduzione contemporanea di due forme quadratiche a una somma

di quadrati, p. 134.—38. Piccole oscillazioni, p. 135.—39. Proprietà estremali degli autovalori di una forma quadratica, p. 137.—40. Matrici hermitiane e forme hermitiane, p. 140.—41. Matrici hermitiane commutative, p. 145.—42. Riduzione delle matrici unitarie alla forma diagonale, p. 147.—43. Matrici di proiezione, p. 151.—44. Funzioni di matrici, p. 156.—45. Spazio di dimensione infinita, p. 158.—46. Convergenza di vettori, p. 164.—47. Sistemi ortonormali, p. 168.—48. Trasformazioni lineari in un insieme infinito di variabili, p. 172.—49. Spazio funzionale  $L_2$ , p. 175.—50. Legame fra gli spazi  $l_2$  e  $L_2$ , p. 177.—51. Operatori lineari in  $L_2$ , p. 178.

### III. Elementi della teoria dei gruppi e rappresentazioni lineari dei gruppi

#### 183 § 5. Elementi della teoria dei gruppi

52. Gruppi di trasformazioni lineari, p. 183.—53. Gruppi di poliedri regolari, p. 186.—54. Trasformazioni di Lorentz, p. 189.—55. Permutazioni, p. 196.—56. Gruppi astratti, p. 200.—57. Sottogruppo, p. 203.—58. Classi laterali e sottogruppo normale, p. 206.—59. Esempi, p. 209.—60. Gruppi isomorfi e omomorfi, p. 211.—61. Esempi, p. 213.—62. Proiezione stereografica, p. 215.—63. Gruppo unitario e gruppo delle traslazioni, p. 217.—64. Gruppo lineare generale e gruppo di Lorentz, p. 222.

#### 226 § 6. Rappresentazioni lineari dei gruppi

65. Rappresentazione di un gruppo con trasformazioni lineari, p. 226.—66. Teoremi fondamentali, p. 230.—67. Gruppi abeliani e rappresentazioni del primo ordine, p. 234.—68. Rappresentazioni lineari di un gruppo unitario a due variabili, p. 237.—69. Rappresentazioni lineari del gruppo delle rotazioni, p. 243.—70. Teorema di semplicità del gruppo delle rotazioni, p. 246.—71. Equazione di Laplace e rappresentazioni lineari del gruppo delle rotazioni, p. 247.—72. Prodotto diretto di matrici, p. 252.—73. Composizione di due rappresentazioni lineari di un gruppo, p. 255.—74. Prodotto diretto di gruppi e sue rappresentazioni lineari, p. 257.—75. Decomposizione del prodotto  $D_f \times D_f$  delle rappresentazioni lineari del gruppo delle rotazioni, p. 261.—76. Proprietà di ortogonalità, p. 266.—77. Caratteri, p. 270.—78. Rappresentazioni regolari di un gruppo, p. 274.—79. Esempi di rappresentazioni di gruppi finiti, p. 276.—80. Rappresentazioni di un gruppo lineare in due variabili, p. 278.—81. Teorema di semplicità del gruppo di Lorentz, p. 282.

#### 283 § 7. Gruppi continui

82. Gruppi continui. Costanti di struttura, p. 283.—83. Trasformazioni infinitesimali, p. 287.—84. Gruppo delle rotazioni, p. 291.—85. Trasformazioni infinitesimali e rappresentazioni del gruppo delle rotazioni, p. 292.—86. Rappresentazioni del gruppo di Lorentz, p. 296.—87. Formule ausiliarie, p. 298.—88. Costruzione di un gruppo a partire dalle costanti di struttura, p. 301.—89. Integrazione su un gruppo, p. 303.—90. Proprietà di ortogonalità. Esempi, p. 308.

#### 314 *Indice analitico*