

Vladimir Ivanovič Smirnov.

Corso di matematica superiore

Volume primo

Editori Riuniti

Indice

I. Funzioni e teoria dei limiti

11

§ 1. Grandezze variabili

1. Grandezza e sua misura, p. 11. — 2. Numero, p. 12. — 3. Grandezze costanti e variabili, p. 14. — 4. Intervallo, p. 15. — 5. Concetto di funzione, p. 15. — 6. Espressione analitica di una funzione, p. 17. — 7. Funzioni implicite, p. 19. — 8. Rappresentazione delle funzioni mediante tabelle, p. 20. — 9. Rappresentazione grafica dei numeri, p. 20. — 10. Coordinate, p. 22. — 11. Grafico ed equazione di una curva, p. 24. — 12. Funzioni lineari, p. 26. — 13. Incrementi. Proprietà fondamentale delle funzioni lineari, p. 28. — 14. Grafico del moto uniforme, p. 29. — 15. Formule empiriche, p. 31. — 16. Parabola di secondo grado, p. 32. — 17. Parabola di terzo grado, p. 34. — 18. Legge di proporzionalità inversa, p. 36. — 19. Funzione potenza, p. 38. — 20. Funzioni inverse, p. 40. — 21. Funzioni polidrome, p. 41. — 22. Funzione esponenziale e funzione logaritmica, p. 44. — 23. Funzioni trigonometriche, p. 47. — 24. Funzioni trigonometriche inverse o funzioni circolari, p. 50.

52

§ 2. Teoria dei limiti. Funzioni continue

25. Variabile ordinata, p. 52. — 26. Grandezza infinitesima, p. 55. — 27. Limite di una grandezza variabile, p. 60. — 28. Teoremi fondamentali, p. 63. — 29. Grandezze infinite, p. 66. — 30. Variabili monotone, p. 67. — 31. Criterio di Cauchy di esistenza del limite, p. 69. — 32. Variazione contemporanea di due grandezze legate da una dipendenza funzionale, p. 72. — 33. Esempi, p. 77. — 34. Funzioni continue, p. 78. — 35. Proprietà delle funzioni continue, p. 80. — 36. Confronto di grandezze infinitesime e infinite, p. 84. — 37. Esempi, p. 85. — 38. Numero e , p. 86. — 39. Proposizioni non dimostrate, p. 90. — 40. Numeri reali, p. 92. — 41. Operazioni sui numeri reali, p. 94. — 42. Estremi degli insiemi numerici. Criteri di esistenza del limite, p. 96. — 43. Proprietà delle funzioni continue, p. 98. — 44. Continuità delle funzioni elementari, p. 100.

II. Concetto di derivata e sue applicazioni

104

§ 3. Derivata e differenziale del primo ordine

45. Concetto di derivata, p. 104. — 46. Significato geometrico della derivata, p. 106. — 47. Derivate delle funzioni elementari, p. 109. — 48. Derivate delle funzioni composte e delle funzioni

inverse, p. 112. — 49. Tabella di derivate ed esempi, p. 116. — 50. Concetto di differenziale, p. 119. — 51. Alcune equazioni differenziali, p. 122. — 52. Stima degli errori, p. 124.

125 § 4. *Derivate e differenziali di ordine superiore*

53. Derivate di ordine superiore, p. 125. — 54. Significato meccanico della derivata seconda, p. 127. — 55. Differenziali di ordine superiore, p. 129. — 56. Differenze di funzioni, p. 130.

132 § 5. *Applicazione del concetto di derivata allo studio di funzioni*

57. Funzioni crescenti e decrescenti, p. 132. — 58. Massimi e minimi relativi di funzioni, p. 136. — 59. Costruzione dei grafici, p. 141. — 60. Massimo e minimo assoluti delle funzioni, p. 145. — 61. Teorema di Fermat, p. 150. — 62. Teorema di Rolle, p. 151. — 63. Formula di Lagrange, p. 153. — 64. Formula di Cauchy, p. 156. — 65. Calcolo delle forme indeterminate, p. 157. — 66. Vari tipi di forme indeterminate, p. 159.

162 § 6. *Funzioni di due variabili*

67. Concetti fondamentali, p. 162. — 68. Derivate parziali e differenziale totale di una funzione di due variabili indipendenti, p. 164. — 69. Derivate delle funzioni composte e delle funzioni implicite, p. 167.

168 § 7. *Alcune applicazioni geometriche del concetto di derivate*

70. Differenziale di un arco di curva, p. 168. — 71. Convessità, concavità e curvatura, p. 170. — 72. Asintoti, p. 174. — 73. Costruzione dei grafici, p. 176. — 74. Equazioni parametriche di una curva, p. 179. — 75. Equazione di Van der Waals, p. 182. — 76. Punti singolari delle curve, p. 184. — 77. Elementi di una curva, p. 188. — 78. Catenaria, p. 191. — 79. Cicloide, p. 192. — 80. Epicicloide ed ipocicloide, p. 194. — 81. Evolvente di un cerchio, p. 197. — 82. Curve in coordinate polari, p. 198. — 83. Spirali, p. 200. — 84. Lumache e cardiode, p. 201. — 85. Ovali di Cassini e lemniscata, p. 204.

III. Concetto di integrale e sue applicazioni

206 § 8. *Problemi fondamentali del calcolo integrale e integrale indefinito*

86. Concetto di integrale indefinito, p. 206. — 87. Integrale definito come limite di una somma, p. 209. — 88. Legame dell'integrale definito con l'integrale indefinito, p. 216. — 89. Proprietà dell'integrale definito, p. 221. — 90. Tabella di integrali elementari, p. 222. — 91. Regola di integrazione per parti, p. 223. — 92. Regola del cambiamento della variabile. Esempi, p. 224. — 93. Esempi di equazioni differenziali del primo ordine, p. 228.

231 § 9. *Proprietà dell'integrale definito*

94. Proprietà fondamentali dell'integrale definito, p. 231. — 95. Teorema della media, p. 235. — 96. Esistenza della primitiva, p. 238. — 97. Discontinuità della funzione integranda, p. 240. — 98. Limiti d'integrazione infiniti, p. 244. — 99. Cambiamento di variabile sotto il segno di integrale definito, p. 245. — 100. Integrazione per parti, p. 248.

§ 10. Applicazioni del concetto di integrale definito

- 250 101. Calcolo delle aree, p. 250. — 102. Area di un settore curvilineo, p. 254. — 103. Lunghezza di un arco di curva, p. 256. — 104. Calcolo dei volumi dei solidi secondo le loro sezioni trasversali, p. 264. — 105. Volume di un solido di rotazione, p. 266. — 106. Superficie di un solido di rotazione, p. 267. — 107. Determinazione dei baricentri. Teoremi di Guldin, p. 271. — 108. Calcolo approssimato di integrali definiti; formule dei rettangoli e dei trapezi, p. 275. — 109. Formula delle tangenti e formula di Poncelet, p. 277. — 110. Formula di Simpson, p. 278. — 111. Calcolo di un integrale definito con limite superiore d'integrazione variabile, p. 282. — 112. Metodi grafici, p. 284. — 113. Aree delle curve rapidamente oscillanti, p. 286.

287 *§ 11. Nozioni supplementari sull'integrale definito*

114. Nozioni preliminari, p. 287. — 115. Decomposizioni di un intervallo, p. 289. — 116. Funzioni integrabili, p. 292. — 117. Proprietà delle funzioni integrabili, p. 296.

IV. Serie e loro applicazioni ai calcoli approssimati

300 *§ 12. Concetti fondamentali della teoria delle serie*

118. Concetto di serie infinita, p. 300. — 119. Proprietà fondamentali delle serie infinite, p. 301. — 120. Serie a termini positivi. Criteri di convergenza, p. 303. — 121. Criteri di Cauchy e di D'Alembert, p. 305. — 122. Criterio integrale di convergenza di Cauchy, p. 308. — 123. Serie a segni alterni, p. 311. — 124. Serie assolutamente convergenti, p. 313. — 125. Criterio generale di convergenza di Cauchy, p. 315.

316 *§ 13. Formula di Taylor e sue applicazioni*

126. Formula di Taylor, p. 316. — 127. Varie forme della formula di Taylor, p. 320. — 128. Serie di Taylor e di Maclaurin, p. 321. — 129. Sviluppo di e^x , p. 322. — 130. Sviluppo di $\sin x$ e di $\cos x$, p. 324. — 131. Binomio di Newton, p. 326. — 132. Sviluppo di $\ln(1+x)$, p. 332. — 133. Sviluppo di $\arctg x$, p. 335. — 134. Formule approssimate, p. 338. — 135. Massimi, minimi e punti di flesso, p. 339. — 136. Studio delle forme indeterminate, p. 341.

342 *§ 14. Nozioni supplementari della teoria delle serie*

137. Proprietà delle serie assolutamente convergenti, p. 342. — 138. Moltiplicazione delle serie assolutamente convergenti, p. 344. — 139. Criterio di Kummer, p. 345. — 140. Criterio di Gauss, p. 347. — 141. Serie ipergeometrica, p. 349. — 142. Serie doppie, p. 351. — 143. Serie a termini variabili. Serie uniformemente convergenti, p. 355. — 144. Successioni uniformemente convergenti di funzioni, p. 358. — 145. Proprietà delle successioni uniformemente convergenti, p. 361. — 146. Proprietà delle serie uniformemente convergenti, p. 364. — 147. Criteri di uniforme convergenza, p. 365. — 148. Serie di potenze. Raggio di convergenza, p. 367. — 149. Secondo teorema di Abel, p. 368. — 150. Derivazione e integrazione di una serie di potenze, p. 369.

V. Funzioni di più variabili

- 373 § 15. *Derivate e differenziali delle funzioni*
151. Concetti fondamentali, p. 373. — 152. Passaggio al limite, p. 374. — 153. Derivate parziali e differenziale totale del primo ordine, p. 377. — 154. Funzioni omogenee, p. 379. — 155. Derivate parziali di ordine superiore, p. 380. — 156. Differenziali di ordine superiore, p. 382. — 157. Funzioni implicite, p. 385. — 158. Esempio, p. 386. — 159. Esistenza delle funzioni implicite, p. 388. — 160. Curve nello spazio e superfici, p. 390.
- 394 § 16. *Formula di Taylor. Massimi e minimi di una funzione di più variabili*
161. Applicazione della formula di Taylor al caso di una funzione di più variabili indipendenti, p. 394. — 162. Condizioni necessarie per il massimo e il minimo di una funzione, p. 396. — 163. Ricerca del massimo e del minimo di una funzione a due variabili, p. 397. — 164. Esempi, p. 400. — 165. Osservazioni supplementari sulla ricerca dei massimi e dei minimi di una funzione, p. 402. — 166. Massimo e minimo assoluto di una funzione, p. 404. — 167. Massimi e minimi di una funzione le cui variabili siano legate da relazioni, p. 405. — 168. Osservazioni supplementari, p. 408.

VI. Numeri complessi, elementi di algebra superiore e integrazione delle funzioni

- 414 § 17. *Numeri complessi*
170. Numeri complessi, p. 414. — 171. Addizione e sottrazione di numeri complessi, p. 417. — 172. Moltiplicazione di numeri complessi, p. 419. — 173. Divisione di numeri complessi, p. 421. — 174. Elevazione a potenza, p. 422. — 175. Estrazione di radice, p. 425. — 176. Funzione esponenziale, p. 427. — 177. Funzioni trigonometriche e iperboliche, p. 429. — 178. Catenaria, p. 433. — 179. Logaritmi dei numeri complessi, p. 438. — 180. Grandezze sinusoidali e diagrammi vettoriali, p. 439. — 181. Esempi, p. 442. — 182. Curve in forma complessa, p. 445. — 183. Rappresentazione di un'oscillazione armonica in forma complessa, p. 447.
- 447 § 18. *Proprietà fondamentali dei polinomi e calcolo delle loro radici*
184. Equazioni algebriche, p. 448. — 185. Scomposizione di un polinomio in fattori, p. 450. — 186. Radici multiple, p. 451. — 187. Regola di Horner, p. 453. — 188. Massimo comun divisore, p. 455. — 189. Polinomi reali, p. 456. — 190. Relazione fra le radici di una equazione e i suoi coefficienti, p. 451. — 191. Equazioni di terzo grado, p. 458. — 192. Soluzione di un'equazione cubica in forma trigonometrica, p. 462. — 193. Metodo delle approssimazioni successive, p. 465. — 194. Metodo di Newton, p. 469. — 195. Metodo di interpolazione lineare, p. 471.
- 473 § 19. *Integrazione delle funzioni*
196. Scomposizione di una funzione razionale in somma di frazioni elementari, p. 473. — 197. Integrazione di una funzione razionale, p. 475. — 198. Integrale di espressioni contenenti radica-