

CARLO MIRANDA

LEZIONI
DI
ANALISI MATEMATICA

PARTE PRIMA

NUOVA EDIZIONE

LIGUORI EDITORE

I N D I C E

CAPITOLO I - I NUMERI REALI

1 - I numeri razionali	pag. 5
2 - I numeri reali	" 7
3 - Operazioni sui numeri reali	" 8
4 - Potenze e radici dei numeri reali	" 13
5 - Logaritmi	" 16
6 - Rappresentazione geometrica dei numeri reali	" 18
7 - Partizioni del corpo razionale	" 20
8 - Una proprietà dei numeri reali	" 21

CAPITOLO II - I NUMERI COMPLESSI

1 - Definizioni	" 23
2 - Forma algebrica dei numeri complessi	" 25
3 - Rappresentazione geometrica dei numeri complessi	" 29
4 - Forma trigonometrica dei numeri complessi	" 30
5 - Radici dei numeri complessi	" 32
6 - Radici n^{es} dei numeri reali	" 33
7 - Radici primitive dell'unità positiva	" 34
8 - Risoluzione dell'equazione di secondo grado	" 36

CAPITOLO III - POLINOMI ED EQUAZIONI ALGEBRICHE

1 - Definizioni. Principio d'identità	" 37
2 - Divisione dei polinomi	" 39
3 - Equazioni algebriche	" 43
4 - Equazioni a coefficienti reali	" 46
5 - Relazioni fra le radici e i coefficienti delle equazioni algebriche	" 48

6 - Somme semplici delle radici di un'equazione	pag. 50
7 - Formule risolutive delle equazioni algebriche	" 53

CAPITOLO IV - CALCOLO COMBINATORIO

1 - Disposizioni	" 59
2 - Permutazioni	" 60
3 - Combinazioni	" 62
4 - Combinazioni con ripetizione	" 63
5 - Potenza intera di un binomio	" 65
6 - Potenza intera di un polinomio	" 65

CAPITOLO V - I DETERMINANTI

1 - Matrici	" 68
2 - Definizioni di determinante	" 69
3 - Alcuni esempi	" 71
4 - Proprietà dei determinanti	" 72
5 - Determinanti minori	" 75
6 - Regola di Laplace per lo sviluppo di un determinante	" 76
7 - Sviluppo di un determinante secondo gli elementi di una linea	" 80
8 - Prodotto di due determinanti	" 81
9 - Determinante aggiunto e determinante reciproco di uno dato	" 84
10 - Matrici rettangolari	" 85
11 - Determinante di Vandermonde	" 89
12 - Discriminante di un'equazione algebrica	" 90

CAPITOLO VI - SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI

1 - Posizione del problema	" 93
2 - Prime proprietà dei sistemi di equazioni lineari	" 94
3 - Sistemi di n equazioni in n incognite	" 97
4 - Sistemi di $n+1$ equazioni in n incognite	" 99

5 - Teorema di Rouché-Capelli	pag. 102
6 - Sistemi omogenei	" 106
7 - Risultante di due equazioni algebriche	" 108
8 - Sistemi di equazioni algebriche	" 110

CAPITOLO VII - TRASFORMAZIONI LINEARI

1 - Definizioni fondamentali	" 113
2 - Equazione caratteristica di una trasformazione lineare omogenea	" 116
3 - Trasformazioni lineari ortogonali	" 119

CAPITOLO VIII - FORME QUADRATICHE

1 - Forme omogenee	" 124
2 - Forme quadratiche omogenee	" 125
3 - Forme quadratiche equivalenti	" 128
4 - Riduzione a forma canonica di una forma quadratica	" 130
5 - Indice d'inerzia di una forma quadratica	" 133
6 - Invarianti ortogonali di una forma quadratica	" 136
7 - Forme quadratiche riducibili	" 139
8 - Forme quadratiche definite	" 144
9 - Forme quadratiche semidefinite	" 150

CAPITOLO IX - INSIEMI NUMERICI. SUCCESSIONI. VARIABILI ORDINATE -

1 - Nozioni generali di teoria degli insiemi	" 154
2 - Insiemi numerici	" 162
3 - Intervalli	" 165
4 - Coppie di insiemi contigui	" 166
5 - Successioni e loro limiti	" 167
6 - Primi teoremi sui limiti delle successioni	" 173

7 - Successioni monotone	pag. 177
8 - Operazioni sui limiti delle successioni	" 179
9 - Teoremi sulle medie dei termini di una successione	" 186
10 - Massimo e minimo limite di una successione	" 193
11 - Criterio di convergenza di Cauchy	" 198
12 - Successioni a termini complessi	" 200
13 - Insiemi ordinati	" 201
14 - Variabili ordinate e loro limiti	" 202
15 - Risoluzione per iterazione dei sistemi di equazioni lineari	" 208

CAPITOLO X - FUNZIONI DI UNA VARIABILE

1 - Definizioni ed esempi	" 212
2 - Rappresentazione geometrica delle funzioni	" 215
3 - Estremi di una funzione	" 215
4 - Limiti di una funzione	" 218
5 - Massimo e minimo limite per le funzioni. Criterio di convergenza di Cauchy	" 223
6 - Funzioni continue	" 226
7 - Funzioni uniformemente continue	" 228
8 - Proprietà delle funzioni continue	" 232
9 - Punti di discontinuità delle funzioni	" 235
10 - Funzioni monotone	" 237
11 - Infinitesimi ed infiniti	" 239
12 - Il numero e	" 243
13 - Le funzioni iperboliche	" 248
14 - Funzioni complesse di una variabile reale	" 250
15 - Funzioni di una variabile complessa	" 251

**CAPITOLO XI - DERIVATE E DIFFERENZIALI DELLE FUNZIONI
DI UNA VARIABILE**

1 - Definizione di derivata	pag. pag. 255
2 - Retta tangente a un diagramma cartesiano	" 256
3 - Primi esempi di derivate	" 260
4 - Prime regole di derivazione	" 264
5 - Funzioni inverse e loro derivate	" 266
6 - Funzioni composte e loro derivate	" 270
7 - Riassunto delle principali formule e regole di derivazione	" 273
8 - Derivata di un determinante	" 275
9 - Derivate di ordine superiore	" 276
10 - Differenziali	" 278
11 - Derivate delle funzioni complesse di una variabile reale	" 283
12 - Derivate delle funzioni di una variabile complessa	" 284
13 - Formula di Taylor per i polinomi	" 285
14 - Radici multiple delle equazioni algebriche	" 286

**CAPITOLO XII - TEOREMI FONDAMENTALI E APPLICAZIONI DEL
CALCOLO DIFFERENZIALE**

1 - Teoremi di Rolle, di Cauchy e di Lagrange	" 289
2 - Funzioni a derivata nulla. Funzioni primitive di una data	" 292
3 - Primo teorema dell'Hospital	" 293
4 - Secondo teorema dell'Hospital	" 295
5 - Forme indeterminate	" 298
6 - Asintoti dei diagrammi cartesiani	" 303
7 - Funzioni crescenti o decrescenti in un punto o in un intervallo	" 306
8 - Massimi e minimi relativi di una funzione	" 309

9 - Ricerca del massimo e del minimo assoluti di una funzione	pag. 312
10 - Concavità, convessità e flessi dei diagrammi cartesiani	" 314
11 - I diagrammi delle funzioni iperboliche	" 317
12 - Formula di Taylor e applicazioni	" 319
13 - Risoluzione numerica delle equazioni	" 323
14 - Interpolazione ed estrapolazione razionale intera	" 328

CAPITOLO XIII - INTEGRALI DELLE FUNZIONI DI UNA VARIABILE

1 - Area di un insieme piano	" 334
2 - Area di un rettangoloide	" 339
3 - Definizione di integrale	" 342
4 - Prime proprietà degli integrali	" 345
5 - Area di un dominio normale	" 350
6 - Integrali definiti	" 352
7 - Funzioni integrali e funzioni primitive di una data	" 354
8 - Integrali indefiniti	" 357
9 - Integrali indefiniti immediati	" 359
10 - Integrazione elementare indefinita per semplici trasformazioni della funzione integranda	" 360
11 - Integrazione elementare indefinita per decomposizione in somma	" 365
12 - Integrali dei polinomi trigonometrici	" 367
13 - Integrali delle funzioni razionali	" 370
14 - Metodo d'integrazione per parti	" 380
15 - Metodo d'integrazione per sostituzione	" 387
16 - Metodo d'integrazione per razionalizzazione	" 389

17 - Regole di integrazione definita	pag. 398
18 - Calcolo numerico degli integrali definiti	" 403
19 - Integrali delle funzioni generalmente continue	" 407
20 - Integrali impropri	" 416

CAPITOLO XIV - PRIMI CENNI SULLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI

1 - Definizioni e generalità	" 420
2 - Equazioni di primo ordine a variabili separabili	" 421
3 - Equazioni differenziali lineari	" 423
4 - Equazioni differenziali lineari del primo ordine	" 427
5 - Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti	" 435

CAPITOLO XV - SERIE. PRODOTTI INFINITI

1 - Le serie. Definizioni ed esempi	" 442
2 - Primi teoremi sulle serie	" 445
3 - Serie a termini positivi	" 447
4 - Criteri di convergenza e divergenza delle serie a termini positivi	" 449
5 - Serie assolutamente convergenti	" 455
6 - Serie a termini complessi	" 459
7 - Criterio di convergenza di Cauchy. Teoremi di Abel	" 461
8 - Prodotto secondo Cauchy di due serie	" 466
9 - Serie di funzioni. Convergenza uniforme	" 468
10 - Alcuni teoremi sulle serie di funzioni	" 475
11 - Successioni di funzioni	" 482
12 - Serie di Taylor	" 484
13 - Sviluppo in serie di Mac-Laurin di $e^x, \sin x, \cos x$	" 487

14 - Teoremi generali sulle serie di potenze	pag. 488
15 - Sviluppo in serie di Mac-Laurin delle funzioni $(1+x)^n$, $\log(1+x)$, $\arcsin x$, $\arctan x$	" 495
16 - Somme generalizzate di una serie	" 501
17 - Serie bilatere	" 504
18 - Serie doppie	" 506
19 - Prodotti infiniti	" 513