

C.D. Pagani

S. Salsa

ANALISI MATEMATICA

Volume 2

MASSON 

Milano • Parigi • Barcellona

1994

INDICE

PREFAZIONE	V
CAPITOLO 1 – CURVE E INTEGRALI CURVILINEI	1
1. Curve in $\mathbb{R}^3$	1
1.1 Elementi di calcolo vettoriale	1
1.2 Curve in $\mathbb{R}^3$; definizioni principali	6
1.3 Curve regolari	11
1.4 Curve equivalenti	14
1.5 Curve rettificabili. Lunghezza di una curva	16
1.6 Ascissa curvilinea. I vettori normale e binormale	23
* 1.7 Curvatura e torsione	26
2. Integrali curvilinei	37
2.1 Integrali curvilinei rispetto alla lunghezza d'arco o di 1 ^a specie	37
2.2 Forme differenziali lineari. Integrali curvilinei di 2 ^a specie	41
2.3 Riconoscimento delle forme differenziali esatte. Costruzione della funzione potenziale	49
2.4 Insiemi semplicemente connessi	57
CAPITOLO 2 – OTTIMIZZAZIONE DELLE FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI	63
1. Generalità sull'ottimizzazione. Estremi liberi	64
1.1 Esempi preliminari	64
1.2 Generalità sull'ottimizzazione	65
1.3 Estremi liberi. Condizioni necessarie	69
1.4 Forme quadratiche	72
1.5 Condizioni sufficienti per estremi liberi	79

2. Estremi vincolati. Vincoli di uguaglianza	87
2.1 Funzioni di due variabili	87
2.2 Il caso generale: funzioni di n variabili con m vincoli ($m < n$)	92
* 2.3 Condizioni sufficienti	98
3. Vincoli di disuguaglianza. Cenni alla programmazione matematica	104
3.1 Generalità sui problemi di programmazione	104
3.2 Direzioni ammissibili e qualificazione dei vincoli	107
3.3 Il teorema di Kuhn-Tucker	110
3.4 Condizioni sufficienti	114
 CAPITOLO 3 – APPROSSIMAZIONE DI FUNZIONI	117
1. Spazi funzionali	117
1.1 Metrica e topologia	117
1.2 Successioni di funzioni. Convergenza puntuale e convergenza uniforme ..	124
1.3 Scambio di limiti; di limite e derivata, di limite e integrale. Gli spazi di Lagrange	126
* 1.4 Completezza, chiusura, limitatezza, compattezza	132
* 1.5 Densità	134
1.6 Applicazioni tra spazi metrici. Teorema delle contrazioni	136
1.7 Spazi normati e spazi dotati di prodotto scalare	140
2. Serie di funzioni	151
2.1 Generalità	151
2.2 Serie di potenze	156
2.3 Funzioni analitiche	164
2.4 Serie di Fourier	170
2.5 Convergenza delle serie di Fourier	179
 CAPITOLO 4 – EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE	197
1. Concetti e teoremi fondamentali	197
1.1 Esempi preliminari	197
1.2 Definizioni e terminologia	202
1.3 Esistenza ed unicità locale	208
1.4 Prolungamento delle soluzioni. Esistenza ed unicità globale	215
1.5 Dipendenza delle soluzioni dai dati iniziali e da eventuali parametri	223
1.6 Integrazione di alcune equazioni del primo ordine	226
2. Equazioni lineari	239
2.1 Definizione e prime proprietà	239

2.2 Richiami di algebra delle matrici	243
2.3 Sistemi omogenei. Wronskiano, Matrice di transizione	251
2.4 Sistemi omogenei a coefficienti costanti	256
2.5 Sistemi non autonomi	264
2.6 Sistemi non omogenei	270
2.7 Problemi ai limiti per equazioni lineari del secondo ordine	275
3. Sistemi autonomi. Stabilità	286
3.1 Generalità sui sistemi autonomi	286
3.2 Sistemi bidimensionali. Alcuni esempi	290
3.3 Il concetto di stabilità	295
3.4 Stabilità dell'origine per sistemi lineari autonomi. Il caso bidimensionale	297
3.5 Il metodo di Liapunov	303
3.6 Metodo di linearizzazione	310
* 3.7 Cicli limite, Oscillazioni autosostenute	313
* 3.8 Il punto di vista dei sistemi dinamici	317
CAPITOLO 5 – MISURA E INTEGRAZIONE	325
1. Integrale multiplo secondo Riemann	326
1.1 Integrale doppio per funzioni definite su un rettangolo	326
1.2 Calcolo di un integrale doppio mediante due integrazioni semplici	330
1.3 Integrale su regioni più generali, Misura di Peano-Jordan	334
1.4 Funzioni generalmente continue	338
1.5 Proprietà dell'integrale	341
1.6 Cambiamento delle variabili di integrazione	343
1.7 Integrali multipli	355
1.8 Alcune applicazioni	367
1.9 Cenno agli integrali multipli generalizzati	372
2. Misura di Lebesgue degli insiemi di $\mathbb{R}^n$. Insiemi misurabili e funzioni misurabili	377
2.1 Misura degli insiemi limitati	377
2.2 Proprietà della misura	383
2.3 Dimostrazione delle proprietà della misura	387
2.4 Insiemi non limitati	391
* 2.5 Misura e dimensione. Insiemi frattali	393
2.6 Funzioni misurabili	397
3. Integrale secondo Lebesgue	404
3.1 Integrale di funzioni misurabili e limitate	404
3.2 Funzioni sommabili	408
3.3 Prime proprietà dell'integrale di Lebesgue	411
3.4 Limite, serie e derivata di integrali	414
3.5 Scambio nell'ordine delle integrazioni	421

* 3.6 Misure con peso. Probabilità	424
* 3.7 Gli spazi $L^1(E)$ e $L^2(E)$. Ancora sulle serie di Fourier	430
CAPITOLO 6 – SUPERFICI ED INTEGRALI DI SUPERFICIE	437
1. Superfici in $\mathbb{R}^3$	437
1.1 Definizioni principali. Superfici regolari	437
1.2 Bordo di una superficie. Superfici regolari a pezzi	442
1.3 Linee coordinate. Coordinate locali. Cambiamento di parametri	444
1.4 Vettore normale. Piano tangente. Orientazione	451
1.5 Metrica sulla superficie. Prima forma fondamentale	455
1.6 Area di una superficie. Integrali superficiali	459
1.7 Alcune applicazioni fisiche e geometriche	463
1.8 Generalizzazione a dimensioni superiori	469
*2. Curvature	471
2.1 Seconda forma fondamentale	471
2.2 Curvature delle linee su una superficie	475
2.3 Curvature principali. Curvatura gaussiana e curvatura media	478
2.4 Mappa di Gauss. Theorema Egregium	482
3. I teoremi di Green, Gauss e Stokes	491
3.1 La formula di Gauss-Green nel piano	491
3.2 Applicazioni	494
3.3 Il teorema di Stokes nello spazio	499
3.4 Potenziale vettore	505
3.5 Il teorema della divergenza	509
3.6 Applicazioni	514
CAPITOLO 7 – EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI E CALCOLO DELLE VARIAZIONI	523
1. Equazioni alle derivate parziali	523
1.1 Generalità	524
1.2 Equazioni lineari del 2° ordine. Classificazione	527
1.3 Equazioni tipo e problemi associati	529
1.4 Il problema di Cauchy. Caratteristiche	533
1.5 Generalità sui problemi al contorno. Nozione di problema ben posto	538
1.6 Problemi di unicità	541
1.7 Problemi di Dirichlet per l'equazione di Laplace nel cerchio. Proprietà delle funzioni armoniche	547
1.8 Problema di Cauchy – Dirichlet per l'equazione del calore	551
1.9 Problema della corda vibrante con estremi fissi	553

2. Elementi di calcolo delle variazioni	562
2.1 Alcuni problemi tipici del Calcolo delle Variazioni	563
2.2 Funzionali del Calcolo delle Variazioni	565
2.3 Variazione prima e seconda di un funzionale	566
2.4 L'equazione di Eulero	569
2.5 Casi particolari dell'equazione di Eulero	573
2.6 Estremi variabili. Condizioni naturali	576
2.7 Funzionali dipendenti da più funzioni	578
2.8 Funzionali dipendenti da funzioni di più variabili	579
2.9 Problemi isoperimetrici	583
2.10 Il principio di Hamilton	586
 INDICE ANALITICO	 593