

ALBERTO TESEI

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE



BOLLATI BORINGHIERI

Indice

<i>Prefazione</i>	vii
0 Richiami	1
0.1 Numeri reali, 1 0.2 Limiti, 3 0.3 Sviluppi in base p , 8	
1 Insiemi	13
1.1 Operazioni su insiemi, 13 1.2 Funzioni, 18 1.3 Cardinalità, 21 1.4 Relazioni, 24 1.5 Ricoprimenti in \mathbb{R}^n , 25	
2 Famiglie di insiemi	31
2.1 Algebre, 31 2.2 σ -algebre, 35 2.3 Topologie, 38 2.4 Insiemi di Borel, 41 2.5 Classi monotone, 45	
3 Misure positive	48
3.1 Definizione e prime proprietà, 49 3.2 Insiemi di misura nulla, 54 3.3 Misure esterne, 60 3.4 Generazione di misure, 62 3.5 Estensione di misure, 66	
4 Misura di Lebesgue in \mathbb{R}^n	75
4.1 Definizione e prime proprietà, 76 4.2 Misura interna, 81 4.3 Regolarità, 91 4.4 Covarianza, 97 4.5 Insiemi di Borel e insiemi di Lebesgue, 100 4.6 Misura di Lebesgue-Stieltjes su \mathbb{R} , 109 4.7 Misura di Lebesgue in \mathbb{R}^n , 117	
5 Funzioni misurabili	109
5.1 Definizione e prime proprietà, 120 5.2 Funzioni a valori in \mathbb{R} , 123 5.3 Funzioni semplici, 130 5.4 Funzioni quasi continue, 135 5.5 Funzioni essenzialmente limitate, 140 5.6 Funzione di Lebesgue-Vitali, 143	

6 Integrale di Lebesgue	150
6.1 Integrale di funzioni semplici nonnegative, 151 6.2 Integrale di funzioni nonnegative, 156 6.3 Teorema di convergenza monotona, 160 6.4 Insiemi di misura nulla, 166 6.5 Funzioni integrabili, 172 6.6 Teorema di convergenza dominata, 179 6.7 Integrale di Riemann e integrale di Lebesgue, 184	
7 Spazi di Lebesgue	194
7.1 Richiami, 194 7.2 Alcune disuguaglianze, 201 7.3 Definizione degli spazi L^p , 207 7.4 Completezza degli spazi L^p , 210 7.5 Separabilità degli spazi L^p , 214 7.6 Uniforme convessità degli spazi L^p , 219 7.7 Dualità negli spazi L^p , 224	
8 Risultati di convergenza	234
8.1 Convergenza in misura, 235 8.2 Convergenza quasi uniforme, 242 8.3 Uniforme integrabilità, 248 8.4 Diagrammi di convergenza, 254	
9 Misure prodotto	255
9.1 Prodotto di spazi misurabili, 255 9.2 Funzioni misurabili e spazi prodotto, 257 9.3 Misura prodotto, 261 9.4 Teorema di Fubini, 271 9.5 Convoluzione, 280	
10 Derivazione	288
10.1 Derivazione di funzioni monotone, 290 10.2 Funzioni a variazione limitata, 303 10.3 Funzioni assolutamente continue, 311 10.4 Derivazione e integrazione, 318 10.5 Integrazione per parti e per sostituzione, 327 10.6 Funzioni a salti, 329	
11 Misure con segno	334
11.1 Definizione e prime proprietà, 335 11.2 Decomposizione di Jordan e decomposizione di Hahn, 340 11.3 Classificazione di misure con segno, 345 11.4 Decomposizione di Lebesgue, 351 11.5 Decomposizione di misure di Borel su \mathbb{R} , 360	
12 Spazi di Hilbert	371
12.1 Spazi euclidei, 371 12.2 Identità del parallelogramma e di polarizzazione, 375 12.3 Decomposizione ortogonale, 378 12.4 Dualità, 385 12.5 Sistemi ortonormali, 387 12.6 Serie trigonometriche, 397	
<i>Bibliografia</i>	<i>405</i>
<i>Lista dei simboli</i>	<i>407</i>
<i>Indice analitico</i>	<i>411</i>