

collana **SCHAUM**
teoria e problemi
di

DINAMICA LAGRANGIANA

Dave A. WELLS

ETAS LIBRI

Indice

I Capitolo 1 — Nozioni preliminari, I

1.1 Requisiti minimali; 1.2 Le leggi fondamentali della dinamica newtoniana classica e le loro possibili formulazioni; 1.3 La scelta della formulazione; 1.4 Origine delle leggi fondamentali; 1.5 Quantità e concetti impiegati; 1.6 Condizioni di validità delle leggi di Newton; 1.7 I due tipi generali di problemi della dinamica; 1.8 Metodi generali per la trattazione di problemi dinamici; 1.9 Un esempio che illustra i paragrafi 1.7 e 1.8.

10 Capitolo 2 — Nozioni preliminari, II

2.1 Osservazioni preliminari; 2.2 Sistemi di coordinate ed equazioni di trasformazione; 2.3 Coordinate generalizzate. Gradi di libertà; 2.4 Vincoli, coordinate superflue; 2.5 Movimenti vincolati; 2.6 Equazioni di trasformazioni "ridotte"; 2.7 La velocità espressa in coordinate generalizzate; 2.8 Lavoro ed energia cinetica; 2.9 Esempi sull'energia cinetica; 2.10 "Centro di massa". Teorema per l'energia cinetica; 2.11 Un'espressione generale per l'energia cinetica di p particelle; 2.12 Accelerazione. Definizione e illustrazione; 2.13 "Posizione virtuale" e "lavoro virtuale"; 2.14 Esempi che illustrano le asserzioni (a), (b) e (c).

39 Capitolo 3 — Equazioni del moto di Lagrange per una singola particella

3.1 Considerazioni preliminari; 3.2 Derivazione delle equazioni di Lagrange per una singola particella, senza coordinate o vincoli mobili; 3.3 Compendio delle caratteristiche di rilievo delle equazioni di Lagrange; 3.4 L'integrazione delle equazioni differenziali del moto; 3.5 Esempi illustrativi; 3.6 Equazioni di Lagrange per una singola particella. Sistema di riferimento in moto e/o vincoli mobili; 3.7 Sull'energia cinetica, le forze generalizzate e altri argomenti, quando il sistema di riferimento e/o i vincoli sono in movimento; 3.8 Esempi; 3.9 Determinazione dell'accelerazione tramite le equazioni di Lagrange; 3.10 Un altro sguardo alle equazioni di Lagrange; 3.11 Esperimenti suggeriti.

58 Capitolo 4 — Le equazioni del moto di Lagrange per un sistema di particelle

4.1 Osservazioni preliminari; 4.2 La derivazione delle equazioni di Lagrange per un sistema di particelle; 4.3 L'espressione di T in forma propria; 4.4 Il significato fisico delle forze generalizzate; 4.5 Ricerca di espressioni per forze generalizzate; 4.6 Esempi di applicazioni delle equazioni di Lagrange a sistemi di più particelle; 4.7 Moto e forze su una particella carica in un campo elettromagnetico; 4.8 Sul significato fisico delle equazioni di Lagrange; 4.9 Esperimento suggerito.

81 Capitolo 5 — Sistemi conservativi

5.1 Illustrazione di alcuni principi fondamentali; 5.2 Definizioni importanti; 5.3 Espressione generale per V e un test per le forze conservative; 5.4 Determinazione delle espressioni per V ; 5.5 Alcuni esempi illustrativi; 5.6 Forze generalizzate come derivate di V ; 5.7 Equazioni di Lagrange per sistemi conservativi; 5.8 Sistemi parzialmente conservativi e parzialmente non conservativi; 5.9 Esempi di applicazione delle equazioni di Lagrange ai sistemi conservativi; 5.10 Espressione approssimata per l'energia potenziale di un sistema di molle; 5.11 Sistemi in cui l'energia potenziale varia nel tempo. Esempi; 5.12 Funzione vettore potenziale per una carica in moto in un campo elettromagnetico; 5.13 L'energia integrale; 5.14 Esperimenti suggeriti.

99 Capitolo 6 — Determinazione di F_r per forze dissipative

6.1 Definizione e classificazione; 6.2 Procedura generale per la determinazione di F_r ; 6.3 Esempi: forze d'attrito generalizzate; 6.4 Esempi: forze viscoso generalizzate; 6.5 Esempi: forze proporzionali all' n -esima potenza della velocità, $n > 1$; 6.6 Forze espresse come serie di potenze; 6.7 Alcune interessanti conseguenze dell'attrito e di altre forze; 6.8 Una "funzione potenza", P , per la determinazione delle forze generalizzate; 6.9 Forme speciali della funzione potenza; 6.10 Esempi che illustrano l'uso di P ; 6.11 Forze che dipendono dalla velocità relativa; 6.12 Forze la cui direzione non è opposta a quella del moto; 6.13 Esperimento suggerito.

117 *Capitolo 7 — Momenti d'inerzia e loro prodotti*

7.1 Espressione generale per il momento d'inerzia di un corpo rigido intorno a un qualsiasi asse; 7.2 L'ellissoide di inerzia; 7.3 Momenti principali di inerzia. Assi principali e loro direzioni; 7.4 Momenti e prodotti di inerzia relativi ad assi ortogonali con origine nel centro di massa. Quantità corrispondenti riferite a un sistema di assi paralleli; 7.5 Momenti e prodotti di inerzia relativi a un qualsiasi sistema. Ricerca delle corrispondenti quantità relativamente a un qualsiasi altro sistema parallelo; 7.6 Momenti e prodotti di inerzia relativi ad assi rotanti; 7.7 Esempi di momenti, prodotti ed ellissoide di inerzia; 7.8 Punti di inerzia "locali" e "storici"; 7.9 Significato fisico dei prodotti di inerzia; 7.10 Corpi dinamicamente equivalenti; 7.11 Determinazione sperimentale dei momenti e dei prodotti di inerzia; 7.12 Proprietà di esperimento sull'ellissoide di inerzia; 7.13 Esperimento suggerito.

139 *Capitolo 8 — La trattazione lagrangiana della dinamica dei corpi rigidi*

8.1 Osservazioni preliminari; 8.2 Notioni fondamentali, necessarie; 8.3 Espressione generale per l'energia cinetica di un corpo rigido libero; 8.4 Sommario delle più importanti considerazioni su 7; 8.5 Determinazione delle equazioni del moto; 8.6 Esempi sull'energia cinetica e le equazioni del moto; 8.7 Definizione degli angoli di Eulero. Loro uso per l'espressione di ω e delle sue componenti; 8.8 L'uso degli angoli di Eulero; corpi dotati di un moto qualsiasi; 8.9 Energia cinetica con assi in direzione prefissata; 8.10 Moto di un corpo rigido rispetto a un sistema di riferimento che ruota e ruota; 8.11 Esperimento suggerito.

176 *Capitolo 9 — La dinamica dei corpi rigidi nel metodo di Eulero*

9.1 Osservazioni preliminari; 9.2 Equazioni di traslazione del moto del centro di massa; 9.3 Differenti espressioni delle equazioni scalari corrispondenti a $\dot{A}I\dot{A} = F$; 9.4 Riferimenti fondamentali per la determinazione delle equazioni di rotazione di Eulero; 9.5 Le tre equazioni di Eulero del moto rotazionale per un corpo rigido. Forma generale; 9.6 Punti di rilievo riguardanti le equazioni rotazionali di Eulero; 9.7 Forma equatoriale delle equazioni rotazionali di Eulero; 9.8 Esempi specifici sull'uso delle equazioni di traslazione del moto del centro di massa e sulle equazioni rotazionali di Eulero; 9.9 Esemp. sulla forma (9.16) delle equazioni di Eulero; 9.10 Equazioni del moto rispetto a un sistema di riferimento in movimento; 9.11 Determinazione del movimento di una nave spaziale a di un oggetto interno, su cui agiscono forze note; 9.12 Vincoli non olonomici; 9.13 Le equazioni di rotazione di Eulero del punto di vista del momento angolare; 9.14 Confronto dei metodi di Eulero e di Lagrange.

203 *Capitolo 10 — Piccole oscillazioni intorno a posizioni di equilibrio*

10.1 Il tipo di problema considerato; 10.2 Restrizioni al problema generale; 10.3 Condizioni pre-requisiti; 10.4 Le equazioni differenziali del moto; 10.5 Soluzioni delle equazioni del moto: solo forze conservative; 10.6 Riepilogo di alcuni fatti importanti riguardanti il moto oscillatorio; 10.7 Esempi; 10.8 Casi particolari delle radici di D ; 10.9 Coordinate normali; 10.10 Dimostrazione della riduzione di ortogonalità; 10.11 Punti di rilievo sulle coordinate normali; 10.12 Vantaggi delle coordinate normali; 10.13 Ricerca di espressioni per le coordinate normali; 10.14 Ampiezza e frequenza del moto di una particella sottoposta a un particolare moto oscillatorio; 10.15 Determinazione delle costanti arbitrarie con l'aiuto delle condizioni di ortogonalità; 10.16 Piccole oscillazioni in presenza di forze viscose e conservative; 10.17 Sulla stabilità del moto; 10.18 L'uso di coordinate normali con forze esterne; 10.19 L'uso di coordinate normali con forze esterne e viscose; 10.20 Esperimenti suggeriti.

234 *Capitolo 11 — Piccole oscillazioni intorno a un moto stazionario*

11.1 Considerazioni preliminari importanti; 11.2 Eliminazione delle coordinate ignorabili delle equazioni generali del moto. Metodo A; 11.3 Formulazione delle coordinate ignorabili con la funzione auxiliaia. Metodo B; 11.4 Condizioni richieste per il moto stazionario; 11.5 Equazioni del moto, con moto stazionario leggermente perturbato; 11.6 Risoluzione delle equazioni del moto; 11.7 Coordinate ignorabili come funzioni del tempo dopo la perturbazione; 11.8 Esempi; 11.9 Oscillazioni intorno al moto stazionario in un sistema con vincoli mobili; 11.10 Sistema su cui agiscono forze dissipative; 11.11 Stabilità del moto stazionario.

256 *Capitolo 12 — Reazioni vincolari*

12.1 Considerazioni preliminari; 12.2 Procedura generale per la determinazione delle reazioni vincolari; 12.3 Esempi; 12.4 Reazioni vincolari con le equazioni di Eulero; 12.5 Reazioni vincolari ed equazioni del moto con vincoli ruvidi.

- 268 *Capitolo 13* — Forze necessarie a imprimere un moto conosciuto
 13.1 Considerazioni preliminari; 13.2 Metodo generale; 13.3 Esempi; 13.4 Equilibrio di un sistema; 13.5 Esempi di problemi di statica.
- 281 *Capitolo 14* — Effetti della forma della Terra e della sua rotazione sui problemi di dinamica
 14.1 Osservazioni preliminari; 14.2 Sulla forma della Terra. Latitudine e raggio geocentrici e geografici; 14.3 Accelerazione gravitazionale in prossimità della superficie terrestre; 14.4 Costanti e formule di calcolo; 14.5 Riferimenti bibliografici circa la forma della Terra e il suo campo gravitazionale; 14.6 Energia cinetica ed equazioni del moto di una particella in differenti coordinate. Sistema di riferimento collegato alla superficie terrestre; 14.7 $\vec{f}$ per una particella, sistema di riferimento in moto rispetto alla superficie terrestre; 14.8 Moto di un corpo rigido in prossimità della superficie terrestre; 14.9 Esempi specifici.
- 302 *Capitolo 15* — Applicazioni delle equazioni di Lagrange ai sistemi elettrici ed elettromeccanici
 15.1 Osservazioni preliminari; 15.2 Espressioni per T , V , P , F_0 ed equazioni di Lagrange per sistemi elettrici; 15.3 Esempi; 15.4 Sistemi elettromeccanici; il lagrangiano appropriato; determinazione delle forze generalizzate; 15.5 Oscillazioni di sistemi elettrici ed elettromeccanici; 15.6 Forze e voltaggi necessari a produrre movimenti e correnti assegnate in un sistema elettromeccanico; 15.7 Sistemi elettrici e meccanici analoghi; 15.8 Riferimenti bibliografici.
- 316 *Capitolo 16* — Equazioni hamiltoniane del moto
 16.1 Osservazioni generali; 16.2 Osservazione sul « momento generalizzato »; 16.3 Derivazione delle equazioni di Hamilton; 16.4 Procedura per la determinazione di H e la scrittura delle equazioni di Hamilton; 16.5 Casi particolari di H ; 16.6 Relazioni importanti sull'energia e la potenza; 16.7 Tempi. Formulazione hamiltoniana ed equazioni hamiltoniane del moto; 16.8 Esempi di H per sistemi in cui vi siano coordinate mobili e/o vincoli mobili; 16.9 Ambiti di impiego del metodo di Hamilton.
- 326 *Capitolo 17* — Il principio di Hamilton
 17.1 Enunciato preliminare; 17.2 Problemi introduttivi; 17.3 Alcune tecniche del calcolo delle variazioni; 17.4 Soluzione degli esempi precedenti; 17.5 Il principio di Hamilton derivato dal calcolo delle variazioni; 17.6 Il principio di Hamilton dall'equazione di D'Alembert; 17.7 Le equazioni di Lagrange a partire dal principio di Hamilton; 17.8 Esempi; 17.9 Applicazioni del principio di Hamilton.
- 339 *Capitolo 18* — Equazioni fondamentali della dinamica in notazione vettoriale e tensoriale
- 343 *Appendice* — Relazioni fra coseni direttori
- 351 *Indice analitico*