

Seymour Lipschutz
Marc Lipson

Algebra lineare

terza edizione
riveduta e corretta

McGraw-Hill

Milano • New York • San Francisco • Auckland • Washington D.C.
• Bogotá • Lisboa • London • Madrid • Mexico City • Montreal,
New Delhi • San Juan • Singapore • Sydney • Tokyo • Toronto

INTRODUZIONE XI

Capitolo 1

VETTORI IN $\mathbb{R}^n$ E $\mathbb{C}^n$, VETTORI NELLO SPAZIO 1

1.1	Introduzione	1
1.2	Vettori in $\mathbb{R}^n$	2
1.3	Somma vettoriale e moltiplicazione per uno scalare	3
1.4	Prodotto scalare (interno)	4
1.5	Vettori localizzati, iperpiani, rette, curve in $\mathbb{R}^n$	7
1.6	Vettori in $\mathbb{R}^n$ (vettori nello spazio), notazione ijk	9
1.7	Numeri complessi	12
1.8	Vettori in $\mathbb{C}^n$	13
	Problemi risolti	14
	Problemi supplementari	23
	Risposte ai problemi supplementari	26

Capitolo 2

MATRICI 29

2.1	Introduzione	29
2.2	Matrici	29
2.3	Addizione matriciale e moltiplicazione per uno scalare	30
2.4	Simbolo di sommatoria	31
2.5	Moltiplicazione matriciale	32
2.6	Trasposta di una matrice	34
2.7	Matrici quadrate	34
2.8	Potenze di matrici, polinomi di matrici	36
2.9	Matrici invertibili (non-singolari)	37
2.10	Tipi particolari di matrici quadrate	38
2.11	Matrici complesse	41
2.12	Matrici a blocchi	42
	Problemi risolti	44
	Problemi supplementari	55
	Risposte ai problemi supplementari	59

Capitolo 3

SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI 62

3.1	Introduzione	62
3.2	Definizioni di base, soluzioni	62
3.3	Sistemi equivalenti, operazioni elementari	65
3.4	Piccoli sistemi quadrati di equazioni lineari	67
3.5	Sistemi in forma triangolare e in forma a scala	70
3.6	Metodo di eliminazione di Gauss	72
3.7	Matrici a scala, forma canonica per righe, equivalenza per righe	76

3.8	Eliminazione di Gauss, forma matriciale	79
3.9	Equazione in forma matriciale di un sistema di equazioni lineari	83
3.10	Sistemi di equazioni lineari e combinazioni lineari di vettori	85
3.11	Sistemi omogenei di equazioni lineari	88
3.12	Matrici elementari	91
3.13	Fattorizzazione LU	94
	Problemi risolti	96
	Problemi supplementari	116
	Risposte ai problemi supplementari	119

Capitolo 4

SPAZI VETTORIALI 121

4.1	Introduzione	121
4.2	Spazi vettoriali	121
4.3	Esempi di spazi vettoriali	122
4.4	Combinazioni lineari, sistemi span	124
4.5	Sottospazi	126
4.6	Spun lineari, spazio delle righe di una matrice	128
4.7	Dipendenza e indipendenza lineare	131
4.8	Base e dimensione	134
4.9	Applicazioni alle matrici, rango di una matrice	136
4.10	Scema e somma diretta	139
4.11	Coordinate	140
	Problemi risolti	143
	Problemi supplementari	167
	Risposte ai problemi supplementari	174

Capitolo 5

APPLICAZIONI LINEARI 176

5.1	Introduzione	176
5.2	Applicazioni, funzioni	176
5.3	Applicazioni lineari (trasformazioni lineari)	179
5.4	Nucleo e immagine di un'applicazione lineare	181
5.5	Applicazioni lineari singolari e non-singolari, isomorfismi	185
5.6	Operazioni con applicazioni lineari	186
5.7	Algebra $A(V)$ di un operatore lineare	187
	Problemi risolti	190
	Problemi supplementari	204
	Risposte ai problemi supplementari	208

Capitolo 6

APPLICAZIONI LINEARI E MATRICI 210

6.1	Introduzione	210
6.2	Rappresentazione matriciale di un operatore lineare	210
6.3	Cambiamento di base	214
6.4	Matrici simili	218
6.5	Matrici e applicazioni lineari	219
	Problemi risolti	221
	Problemi supplementari	239
	Risposte ai problemi supplementari	243

Capitolo 7

SPAZI CON PRODOTTO SCALARE, ORTOGONALITÀ 245

7.1	Introduzione	245	
7.2	Spazi con prodotto scalare	245	
7.3	Esempi di spazi con prodotto scalare	246	
7.4	Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz	248	
7.5	Ortogonalità	250	
7.6	Sistemi ortogonali e basi	252	
7.7	Processo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt	255	
7.8	Matrici ortogonali e definite positive	257	
7.9	Spazi complessi con prodotto scalare	259	
7.10	Spazi vettoriali normati (opzionale)	262	
	Problemi risolti	265	
	Problemi supplementari	282	
	Risposte ai problemi supplementari	287	

Capitolo 8

DETERMINANTI 289

8.1	Introduzione	289	
8.2	Determinanti di ordine uno e due	289	
8.3	Determinanti di ordine tre	290	
8.4	Permutazioni	292	
8.5	Determinanti di ordine arbitrario	293	
8.6	Proprietà dei determinanti	294	
8.7	Minori e cofattori	295	
8.8	Calcolo dei determinanti	296	
8.9	Aggiunto classico	297	
8.10	Applicazioni ai sistemi di equazioni lineari, regola di Cramer	298	
8.11	Sottomatrici, minori generali, minori principali	299	
8.12	Matrici a blocchi e determinanti	300	
8.13	Determinanti e volume	300	
8.14	Determinante di un operatore lineare	301	
8.15	Multilinearità e determinanti	302	
	Problemi risolti	303	
	Problemi supplementari	315	
	Risposte ai problemi supplementari	319	

Capitolo 9

DIAGONALIZZAZIONE: AUTOVALORI E AUTOVETTORI 321

9.1	Introduzione	321	
9.2	Polinomi di matrici	322	
9.3	Polinomio caratteristico, teorema di Cayley-Hamilton	323	
9.4	Diagonalizzazione, autovalori e autovettori	325	
9.5	Calcolo di autovalori e autovettori, diagonalizzazione di matrici	329	
9.6	Diagonalizzazione di matrici reali simmetriche	331	
9.7	Polinomio minimale	333	
9.8	Polinomio caratteristico e polinomio minimo delle matrici a blocchi	335	
	Problemi risolti	336	
	Problemi supplementari	352	
	Risposte ai problemi supplementari	355	

Capitolo 10

FORME CANONICHE	358
10.1 Introduzione	358
10.2 Forma triangolare	358
10.3 Invarianza	359
10.4 Somme dirette di sottospazi sottostanti	360
10.5 Decomposizione principale	361
10.6 Operatori nilpotenti	362
10.7 Forma canonica di Jordan	362
10.8 Sottospazi ciclici	363
10.9 Forma canonica razionale	364
10.10 Spazi quoziente	365
Problemi risolti	366
Problemi supplementari	381
Risposte ai problemi supplementari	384

Capitolo 11

FUNZIONALI LINEARI E SPAZIO DUALE	385
11.1 Introduzione	385
11.2 Funzionali lineari e spazio duale	385
11.3 Basi duali	386
11.4 Spazio biduale	387
11.5 Annichilatori	387
11.6 Trasposta di un'applicazione lineare	388
Problemi risolti	388
Problemi supplementari	393
Risposte ai problemi supplementari	395

Capitolo 12

FORME BILINEARI, QUADRATICHE ED HERMITIANE	396
12.1 Introduzione	396
12.2 Forme bilineari	396
12.3 Forme bilineari e matrici	397
12.4 Forme bilineari alternate	397
12.5 Forme bilineari simmetriche, forme quadratiche	398
12.6 Forme bilineari simmetriche reali e teorema di Sylvester	401
12.7 Forme hermitiane	402
Problemi risolti	403
Problemi supplementari	412
Risposte ai problemi supplementari	415

Capitolo 13

OPERATORI LINEARI SU SPAZI CON PRODOTTO SCALARE	417
13.1 Introduzione	417
13.2 Operatori aggiunti	417
13.3 Analogie tra $A(V)$ e C , operatori lineari speciali	419
13.4 Operatori autoaggiunti	420
13.5 Operatori ortogonali e unitari	420
13.6 Matrici ortogonali e unitarie	421
13.7 Cambio di base ortonormale	421

13.8	Operatori definiti positivi e semidefinitivi positivi	422	
13.9	Diagonalizzazione e forme canoniche su spazi con prodotto scalare	422	
13.10	Teorema spettrale	424	
	Problemi risolti	424	
	Problemi supplementari	434	
	Risposte ai problemi supplementari	437	

Appendice

PRODOTTI MULTILINEARI 438

A.1	Introduzione	438	
A.2	Applicazioni bilineari e prodotti tensoriali	438	
A.3	Applicazioni multilineari alternate e prodotto esterno	439	